



**Ágh Csaba**

**A vasúti vágány fekszint- és irányméréseinek  
értékelése járműdinamikai szempontból**

**doktori értekezés**

témavezető:

**Dr. Horvát Ferenc**

**Professor Emeritus, a közlekedéstudomány kandidátusa**

**Széchenyi István Egyetem**

**Infrastrukturális Rendszerek Modellezése és Fejlesztése  
Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola**

**Győr, 2024.**

**TARTALOM**

<b>Összefoglaló</b> .....	<b>4</b>
<b>Summary</b> .....	<b>5</b>
<b>1 A kutatás motivációja, célkitűzései, felépítése</b> .....	<b>6</b>
<b>2 A vágánygeometria diagnosztikája</b> .....	<b>9</b>
2.1 A vágánygeometria-diagnosztika céljai .....	9
2.1.1 A hosszfekszint- és iránymérés speciális kérdései .....	11
2.2 A vágánygeometria ellenőrzésének módszerei .....	14
2.2.1 Hibaészlelő eljárások.....	15
2.2.2 Mérési eljárások .....	16
2.2.3 Mérési eredmények helyazonosítása .....	17
2.3 A hosszfekszint és irány mérési eljárásai.....	20
2.3.1 A húrmagasságmérés és torzításmentesítése .....	20
2.3.2 Inerciális vágánymérő rendszerek.....	29
2.3.3 Szűrés a szabványos hullámhossz-tartományokra .....	30
<b>3 A pálya-jármű rendszer vágánygeometriai érzékenysége</b> .....	<b>33</b>
3.1 A pálya-jármű rendszer dinamikai jellemzése.....	33
3.1.1 Sztochaszticitás és káosz .....	34
3.1.2 Mechanikai modellek .....	35
3.1.3 Kisiklások.....	39
3.2 Mérések, hibaészlelések a pálya-jármű rendszerben.....	41
3.2.1 Kerék-sín kontakterők mérése .....	41
3.2.2 Járműdinamikai hibaészlelő rendszerek .....	42
3.3 A vágánygeometriai állapot minősítése a pálya-jármű rendszerben.....	45
3.3.1 Vágánygeometriai összegző módszerek .....	46
3.3.2 Járműválasz-becslő minősítés .....	48
3.4 A dinamikus tényező becslései .....	52
3.5 A vágánygeometriai állapot változásának modelltípusai .....	56
<b>4 A hosszfekszint és irány mérési eredményeinek torzításai</b> .....	<b>58</b>
4.1 Hipotézisek .....	58
4.1.1 I. hipotézis.....	58
4.1.2 II-III. hipotézis.....	58
4.2 Vizsgált referencia-hibaalakok.....	59
4.3 A torzítás vizsgálati módjai .....	61
4.3.1 „Alapvonalról csúcsig” és „csúcstól csúcsig” típusú értékelés .....	61
4.3.2 Hibacsúcs helyének eltolódása.....	62
4.3.3 Elméleti függőleges többleterő.....	63
4.3.4 Elméleti elemelkedési sebesség.....	65
4.3.5 Elméleti igénybevételi impulzus.....	66
4.3.6 Elméleti igénybevételi energia .....	68

4.4	A húrmérés torzító hatása .....	70
4.4.1	Húrmérési eredményfüggvények analitikus vizsgálata .....	70
4.4.2	A torzítási függvények .....	75
4.4.3	I. tézis .....	85
4.5	A sáváteresztő szűrés torzító hatása .....	86
4.5.1	A szűrések végrehajtása .....	86
4.5.2	A torzítási függvények .....	87
4.5.3	II. tézis .....	96
4.5.4	III. tézis .....	96
<b>5</b>	<b>Fekszintjellelmezők járműdinamikai összefüggései .....</b>	<b>97</b>
5.1	Hipotézisek .....	97
5.1.1	IV. hipotézis .....	97
5.1.2	V. hipotézis .....	97
5.2	A mérésekhez használt jármű és mérőrendszerek .....	97
5.3	Hosszfekszint és függőleges jármű-többlatterhelések közti összefüggés .....	104
5.3.1	A vizsgálati módszer .....	104
5.3.2	Eredmények .....	109
5.3.3	IV. tézis .....	114
5.4	Keresztfekszint és keresztirányú csapágytokgyorsulások közti összefüggés .....	115
5.4.1	A geometriai egyenlet .....	115
5.4.2	A mérési és kiértékelési módszer .....	116
5.4.3	A korrelációanalízis eredményei .....	117
5.4.4	V. tézis .....	120
<b>6</b>	<b>Következtetések .....</b>	<b>121</b>
<b>7</b>	<b>További kutatási lehetőségek .....</b>	<b>127</b>
	<b>Irodalomjegyzék .....</b>	<b>128</b>
	A szerző hivatkozott publikációinak listája .....	128
	További hivatkozott irodalom .....	129
	<b>Mellékletek .....</b>	<b>136</b>
	M1 melléklet: Grafikus példák húrmérés (irány vagy hosszfekszint) és a szabványos szűrés (D1) eredményeire .....	137
	M2 melléklet: Táblázatos példák húrmérés (irány vagy hosszfekszint) és a szabványos szűrés (D1) eredményeire .....	154
	M3 melléklet: Elméleti elemelkedési sebességek táblázatai .....	157
	M4 melléklet: Táblázatos példa a pályafüggvény és a húrmagasságfüggvény kapcsolatára .....	159
	<b>Nyilatkozat .....</b>	<b>160</b>
	<b>Köszönetnyilvánítás .....</b>	<b>161</b>

## ÖSSZEFOGLALÓ

A vasúti vágányok fenntartásának célja a vonatok balesetmentes közlekedésének biztosítása, a pálya eredeti teljesítőképességének (megengedett sebesség és tengelyterhelés) megtartásával. A közlekedő vonatok hatására a pályában meglévő vágánygeometriai deformációk fokozatosan növekednek. A vágány geometriájának rendszeres mérése, minősítése feltétlenül szükséges a balesetek megelőzéséhez, illetve az egyes pályaszakaszok általános romlási trendjeinek figyelembevételével a gazdaságos pályafenntartási stratégia kialakításához.

Kutatásomat főként a következő két műszaki probléma motiválta.

- Egyrészt: a vágánygeometriai „hosszfekszint” (más néven süppedés) és „irány” paraméterek mérésére alkalmazott hárompontos húrmagasságmérés, valamint az inerciális vagy húrmérések kiértékelésére előírt sáváteresztő szűrés a lokális deformációk hibaalakját torzítja, azonban sok esetben nem ismert ennek mértéke.
- Másrészt: a vasúti pálya-jármű rendszer megfelelését a jelenlegi nemzetközi pályafenntartási gyakorlatban rendszerint pusztán a pálya alrendszer egyes geometriai jellemzőivel minősítik, melyek nincsenek kellően szoros kapcsolatban a pálya-jármű rendszerben kialakuló reakcióerőkkel.

Napjainkban a mozdonyokra és személyszállító járművekre szerelt, mérőszemélyzet nélküli, a vágányhibákat szokatlan járműreakciók segítségével észlelő diagnosztikai eszközök gyors terjedésének vagyunk tanúi a világban. Ezért egyre sürgetőbb a vágánygeometria és a szabálytalan járműmozgások közti kapcsolatok vizsgálata.

Kutatásom során analitikus úton, matematikai levezetésekkel, illetve numerikus szimulációkkal vizsgáltam három különböző referencia-hibaalakon a különböző mérési elrendezések torzításait. A hosszfekszinthibákra vonatkozóan új, pálya-jármű rendszerszemléletű értékelési módszereket vezettem be. Megállapításaimat az FMK-007 jelű mérőkocsi egyidejű vágánygeometriai és járműdinamikai mérésein végzett új típusú kiértékelések statisztikai feldolgozásával igazoltam.

Eredményeim megvilágítják a vizsgált mérési eljárások leképezéseinek vasútszakmai szempontból jelentős törvényszerűségeit. Továbbá bebizonyítottam, hogy a nemzetközi gyakorlatban ma alkalmazott, lokális szélsőértékek alapján történő minősítésen túl a vágánygeometriai regisztrátumok első és második térbeli differenciahányadosai, illetve differenciái is fontos információt hordoznak a várható járműreakciókról.



---

## SUMMARY

The purpose of maintaining railway tracks is to ensure the accident-free movement of trains, preferably without reducing the performance of the track (permitted speed and axle load). The existing track geometric deformations in the track, due to the passing trains, gradually increase. Regular measurement and assessment of track geometry is essential to prevent accidents and to develop an economic track maintenance strategy by monitoring the general deterioration trends of individual track sections.

My research was motivated by the following problems.

- Firstly, the three-point chord offset measurement used to measure the track geometric "longitudinal level" and "alignment" parameters, and the band-pass filtering required during the evaluation, distort the amplitude (from zero to peak) of local deformations to an extent unknown in the literature.
- Secondly, in current international track maintenance practice, the adequacy of the vehicle-track system is usually assessed solely by certain geometrical characteristics of the track subsystem, which are not sufficiently closely related to the complex processes that take place in the vehicle-track system.

Today, we are witnessing a rapid spread of diagnostic devices mounted on locomotives and passenger rolling stock, without measuring personnel, which detect track geometry defects by means of unusual vehicle reactions. There is therefore an increasing need for a comprehensive investigation of the links between track geometry and irregular vehicle movements.

In my research, I have investigated the distortions of different measurement setups on three different reference hypothetical defect shapes by analytical methods, mathematical derivations and numerical simulations. For longitudinal level defects, I introduced new evaluation methods based on a vehicle-track system approach. Some of my findings have been confirmed by statistical processing of the new type of evaluations carried out on the FMK-007 track recording car.

My results shed light on the railway-relevant regularities in the graphs of the measurement procedures under investigation. Furthermore, I showed that, in addition to the evaluation based on local extreme values used in international practice, the first and second spatial derivatives of track geometric data sets also carry important information about the expected vehicle reactions.

## 1 A KUTATÁS MOTIVÁCIÓJA, CÉLKITŰZÉSEI, FELÉPÍTÉSE

A mérnök egyik fő feladata – véleményem szerint – a fizikai valóság *végtelenül* bonyolult rendszeréből *kezelhető* számú lényegi szabályszerűség kiragadása, és azokból az adott műszaki-gazdasági célok elérésének vizsgálatára alkalmas, matematikailag kezelhető modell építése.

A mérnök másik fő feladata – elgondolásom szerint – az egymással alapvetően *nem kompatibilis* rendszerek, szerkezetek, létesítmények, anyagok, szabályok, modellek (vagy akár szervezetek és személyek) *összehangolása*, hogy azokból az adott műszaki-gazdasági célok elérésére alkalmas, együttműködő rendszer jöjjön létre.

A vasúti pályák biztonságos és egyben teljesítőképes (sebesség, tengelyterhelés) fenntartása ösztársadalmi érdek, amit a költségek minimalizálásával kell kielégíteni. A vasúti pálya biztonságát ellenőrizni hivatott modellek erősen támaszkodnak a vágánygeometriai mérésekre. A vágánygeometria minősítését a sokféle pálya-jármű rendszer rendkívül bonyolult törvényszerűségeinek figyelembevételével célszerű elvégezni [Destek, 1993], ez azonban a tudomány mai eszközeivel csak egyszerűsített modellek útján valósítható meg.

A vágánygeometriai mérési eredmény is modell alkalmazásával értelmezhető, mivel a mérési regisztrátumok a valós pályaalak egyszerűsített képeit adják vissza. Terjedőben vannak a pontos mérést nem, de megbízható hibaészlelést kínáló gazdaságos diagnosztikai megoldások. A mérési eredményekből hosszabb pályaszakaszokra számolt, különböző országokban alkalmazott mérő- és minősítő számok, illetve szabálytalan járműmozgások értékelésén alapuló értékelő eljárások rendkívüli sokfélesége mutatja a létrehozásukra használt modellek bizonytalanságait. A vágánygeometriai méréseket felhasználó, pályaállapot-javítási beavatkozásokról szóló döntések [Horvát, 1993] meghozásához használt modellek is nagy egyszerűsítésekkel élnek a pálya-jármű rendszer sokfélesége, rendkívül nagy szerkezeti bonyolultsága és nemlineáris viselkedése miatt.

A vágánygeometria diagnosztikájának szokásos módszereit – elsősorban a *hosszfekszintre* és *irányra* vonatkozóan – a 2. fejezetben, a vágánygeometria és dinamika közötti összefüggéseket kereső ismert eljárásokat a 3. fejezetben tekintem át.

Tapasztalataim szerint a szakmai köztudatban egyes mérésértékelési eljárások (hűrmérés) torzításai ismertek, és az indokoltnál nagyobb bizonytalanságot keltenek

---

egyes szakemberekben, míg más, torzításmentesnek gondolt (D1-es hullámhossz-tartományú) mérésértékelési eljárások torzításai sokak előtt ismeretlenek, ezért túlzott elvárásokat támasztanak ezekkel az eljárásokkal szemben. A szakmai köztudatban általánosan alkalmazható torzítási függvényeknek gondolt, a mérőrendszer átviteli függvényéből levezethető amplitúdóerősítési vagy -csillapítási értékek véleményem szerint csak periodikusan ismétlődő hibák esetén alkalmazhatók a geometriai hibanagyságokra, lokális hibákra azonban egyáltalán nem érvényesek.

Hiányoznak a valós, geodéziai módszerekkel mérhető pályadeformáció-méretek és a mérések során használt leképezésekben megjelenő torzított méretek közötti kapcsolatot leíró függvények a vasúti pályákon gyakran előforduló lokális (nem periodikus) vágánygeometriai hibák esetére. Kutatásom során részben analitikus, részben numerikus úton meghatároztam ezeket a függvényeket. Az ezzel kapcsolatos, kutatási céljaimat meghatározó kezdeti feltételezéseimet az I., II., III. hipotézisekben foglaltam össze, módszereimet és eredményeimet a 4. fejezet ismerteti, melyek alapján az I., II. és III. téziseket fogalmaztam meg.

Ahogy fent utaltam rá, a vágánygeometria megfelelése a közlekedő vasúti járművek biztonságos áthaladásával értelmezhető. Egyes kutatók ellentmondó megállapításokra jutottak az Európai Unióban szabványosított, vágánygeometriai állapotot leíró referenciaeljárás járműdinamikai vonatkozásával kapcsolatban. Haigermoser és Grabner [2013] szerint a szabványos szórásalapú eljárás teljesen megfelel a pálya-jármű rendszerben jelentkező műszaki igényeknek, szerintük más módszerek alig teljesítenek jobban, Luber [2011] viszont úgy látja, hogy a szabványos eljárás egyáltalán nem megfelelő, és más szemléletmód szükséges.

Ezért azt a célt tűztem ki, hogy megvizsgáljam a statisztikai kapcsolatot a szabványos vágányállapot-minősítő szám és a pálya-jármű alrendszerek határán mérhető függőleges kerék-sín kontakterők között. Szakirodalmi inspirációra [Li et al., 2012] létrehoztam egy új, második térbeli differencián alapuló minősítési eljárást, melynek statisztikai kapcsolatát szintén megvizsgáltam a pálya-jármű erőkkal.

Korábbi munkáim során a mérési regisztrátumokat szemlélve megfigyeltem, hogy a siklásbiztonság szempontjából kulcsfontosságú keresztirányú kerék-sín kontakterők általában nem a vágány irányhibáival, hanem a keresztfekszint második differenciájával mutatnak összefüggést. Ezért meghatároztam a keresztfekszint második differenciája és a – keresztirányú kerék-sín kontakterők kialakulásában fontos szerepet játszó –

keresztirányú csapágytokgyorsulások közötti elméleti összefüggést, és annak helyességét mérésekkel támasztottam alá.

A vágánygeometriai mérési eredmények és járműdinamikai paraméterek közötti, előbb említett új összefüggésekre vonatkozó, vizsgálati irányaimat meghatározó kezdeti feltételezéseimet az IV. és V. hipotézisekben foglaltam össze, a vizsgálati módszereimet és eredményemet az 5. fejezetben mutatom be, melyek alapján az IV. és V. téziseket fogalmaztam meg.

## 2 A VÁGÁNYGEOMETRIA DIAGNOSZTIKÁJA

### 2.1 A VÁGÁNYGEOMETRIA-DIAGNOSZTIKA CÉLJAI

A vágánygeometriai mérések a vasúti pályafenntartási szakemberek mindennapi balesetmegelőző tevékenységéhez, illetve a hosszabb távú gazdasági-stratégiai döntéseihez használt modellek működéséhez szükséges objektív alapadatokat szolgáltatják, és fontos szerepet játszanak a tudományos célú pálya-jármű szimulációkban.

A közvetlen balesetveszéllyel fenyegető, illetve balesetveszélyes mértékűvé fejlődni képes hibák azonosítása és kijavítása a pályafenntartási tevékenység rövid határidejű alapfeladata, melyhez a vágánygeometriai grafikonok néhány méteres hosszúságú szingularitásainak értékelése szükséges. Ehhez rendszerint jogszabályban rögzített [1299/2014/EU], állami hatóság által jóváhagyott [MÁV, 2015], vagy szabványban foglalt [MSZ EN 13848-5] mérettűrési rendszer alapján ún. lokális hibák azonosítása szükséges. Új építésű vágányok minőségi átvétele során is meg kell követelni a minél kisebb kezdeti geometriai szabálytalanságokat [MSZ EN 13231-1], hogy azok a pálya-jármű rendszerben ébredő, önmaguk által gerjesztett dinamikus többleterők hatására csekély mértékben növekedjenek.

A mérendő vágánygeometriai alapparaméterek a következők: nyomtávolság, irány, hosszfekszint (más néven: süppedés), keresztfekszint (más néven: túlelemelés) [Haigermoser et al., 2015]. A további, szokásosan használt vágánygeometriai paraméterek az alapparaméterekből származtathatók: például a síktorzulás (mint a keresztfekszint első differenciája adott bázishosszon), az átlagnyomtávolság (adott bázishosszon), a nyomtávolság-változás (mint a nyomtávolság első differenciája adott bázishosszon), a görbület (az ívsugár reciprokaként kifejezve), a fekszinthullám-sorozat (idegen nyelvű szakirodalmi nevén „cyclic top” [Iwnicki et al., 1999], ill. „cyclic twist” [MSZ EN 13848-1] a hosszfekszint, illetve keresztfekszint autokorrelációjaként).

Az egyes paraméterek mérésének, értékelésének körülményeit európai szabvány egységesíti [MSZ EN 13848-1].

A sínszál torzulásai, kopásai, dőlésváltozásai vágánygeometriai hibaként is értelmezhetők, ezért a keresztmetszeti sínkopást, hullámos sínkopást vagy rendellenes síndőlést jelen értekezésben nem tárgyalom önálló geometriai paraméterként.

A vágánygeometria-mérés járműfutás-technikával közös fontos határterülete az egyenértékű kúposág vizsgálata. Az egyenértékű kúposág egy adott sínpár és egy adott kerékpár lehetséges geometriai érintkezési viszonyait jellemzi, ezért nem csak pályaparaméter, hanem adott pálya-jármű kombinációt jellemző paraméter. Referenciának tekintett kerékpárgeometria alapján azonban a pálya önmagában is minősíthető egyenértékű kúposág szempontjából. Az egyenértékű kúposág túl magas értéke az arra hajlamos járművek instabil futását okozhatja [Ágh, 2012; Ágh, 2017]. Az instabil futás a jármű közel állandó hullámhosszú és állandó amplitúdójú kigyózó mozgását jelenti.

A kitérők a vasúthálózat kitüntetetten fontos pontjai, vágánygeometriai mérésüket speciális módokon kell elvégezni. A kitérők diagnosztikájával jelen értekezésben nem foglalkozom.

A pályafenntartási beavatkozások hosszabb távú tervezésekor a pálya teljesítőképességének (sebesség, tengelyterhelés) életciklusköltség-alapú gazdaságos szinten tartásához vasútvonalak egyes szakaszainak nagygépes karbantartásáról, felújításáról, teljes átépítéséről kell dönteni. Ehhez hosszabb, rendszerint 200 méter hosszú szakaszok vágánygeometriai állapotát egyetlen számértékbe sűrítő mérő- vagy minősítő számokat alkalmaznak. A világ vasútjai által alkalmazott mérő és minősítő számok rendkívül sokfélék, részletes áttekintést ad ezekről a szakirodalom [Offenbacher et al., 2020]. Az európai és magyar szabvány [MSZ EN 13848-1] által előírt hosszfekszint- és iránymérőszámok szórásalapúak, de a MÁV és a GYSEV pályaállapot-minősítése esetében szokásos a speciális magyar SAD szám alkalmazása [MÁV, 2015].

Teljes vasútvonalak, vasútvonal hálózatok geometriai állapotának minősítésére az előző bekezdésben említett mérő- és minősítő számok statisztikai feldolgozásán alapuló eljárások a szokásosak. Ilyen a szabvány [MSZ EN 13848-6] által meghatározott vágányminőségi osztályok (TQC), vagy a magyar gyakorlatban alkalmazott Vaszary-féle alakszámok [MÁV, 2015] rendszere.

### 2.1.1 A hosszfekszint- és iránymérés speciális kérdései

A hosszfekszint- és iránymérés célja az ideális geometriától való eltérés vizsgálata, számszerűsítése a vágány hossza mentén, a szelvényérték függvényében. Gyakorlati szempontok miatt ugyanis nem lehet cél a vágány valós geometriáját közvetlenül tükröző leképezés alkalmazása, hiszen ekkor helyszínrajzokkal, térképekkel, hosszszelvényekkel kellene dolgoznunk, melyeken a relatíve apró vágánygeometriai eltérések kevésbé lennének szemléltethetők. A fent említett célt (*a megfelelő geometriától való eltérés vizsgálata*) azonban érdemes közelebbről megvizsgálnunk.

Az eltérés számításához egy-egy adott pontban két adat lenne szükséges: a tervezett, kívánt vágánygeometria, illetve a pillanatnyi valós állapot. Feltehetjük, hogy a tervezett geometria ismert, a tervezési dokumentációban szerepel. A mérés is *elvileg* könnyen megoldható: mivel a hossz mentén értelmezett helyszínrajzi vagy magassági görbületek ismeretében (a kezdőpont irányszögének ismeretében) az irány vagy hosszfekszint síkgörbéje egyértelműen felrajzolható, így kézenfekvő, hogy a vágánygeometriai mérés az egyes helyeken vett görbület (egyenestől való eltérés) meghatározására fókuszál az ívmagasság mérésével (húrmódszer) vagy Newton törvényei alapján az egyenes vonalú egyenletes mozgástól való eltéréskor kialakuló függőleges vagy keresztirányú gyorsulás (inerciális módszer) mérésével.

Felmerülhet azonban a kérdés: biztosan hiba-e, ha a valós pályaalak a tervezettől eltérő? A válasz egyértelműen *nem*. Vegyünk két példát.

- Nyilvánvaló, hogy ha egy teljes pályaív két centiméterrel eltolódva helyezkedik el a vasúti pályatervhez képest, és a csatlakozó egyenesek hosszai ezt az apró eltérést száz méteres hosszakra kiterjedő nagyon kicsi szögeltéréssel egyenlítik ki, akkor a pályán futó járművek mozgásában nem lesz érzékelhető különbség, tehát a pálya biztonságos.
- Azonban ha ez a két centiméteres eltolódás egy mindössze 2 méteres pályaszakaszon található, ami előtt és mögött a csatlakozó pályaszakasz a tervek szerinti tökéletes pozícióban van: ebben az esetben a két centiméteres eltérés súlyosan forgalomveszélyes hibát jelent.

Érdemes megjegyezni, hogy már az építés során is geometriai mérethatárokkal meghatározott tűrésekkel lehet kialakítani a vasúti pályát, melynek geometriája a későbbi beavatkozások, vágányszabályozások, illetve a pillanatnyi terhelés hatására is módosul.

El kell tehát különítenünk a geodéziai alappontokhoz viszonyított adatokkal operáló pályageometriai tervet a vágány saját koordináta-rendszerében értelmezett vágánygeometriától. A balesetmentes közlekedést megalapozó pályafelügyeleti mérések során a vágányt önmagában, önmagához viszonyítva, saját pillanatnyi geometriai viszonyait tekintve kell vizsgálni.

Mi számít ebben a saját koordináta-rendszerben eltérésnek? Valamiképpen az egyenestől (vagy éppen a szabályos átmenetiívtől, körívtől) való eltérést kellene számszerűsíteni. Ez viszont nem egyértelmű, mivel a természet (az épített környezet) nem ismeri a tökéletes egyenes (vagy átmenetiív, ív) fogalmát, tehát a valós pályán sehol sem találhatjuk meg az eredeti, tervezett geometriai elemeket teljesen pontosan.

A hiányzó viszonyítási alapot (nullvonalat) a húrmérések esetében a mérőeszköz kialakításából fakadó virtuális húrvégpontok által mindenkor meghatározott szakasz adja meg, aminek helyzete azonban folyamatosan változik, ahogy a mérőeszköz a pályán halad, ebből fakadóan az eredmények a mérőrendszer kialakításától függenek.

Az inerciális mérések (illetve a torzításmentesített húrmérések) esetében a hiányzó általánosan használt viszonyítási alapot a szabványosított gyakorlatban a mérési eredményeken végzett sáváteresztő szűrés igyekszik pótolni, ami – mint kutatásom eredményeiből látni fogjuk – szintén kedvezőtlen torzító hatásokkal jár a vizsgált hullámhossz-tartománynak megfelelő hosszúságú, nullvonaltól csak egyik irányba kitérő lokális hibaalakoknál is.

Hiányzik tehát a folyamatos, egyértelmű viszonyítási alap, ebből fakadóan a hosszfekszint és irány mérése természeténél fogva bizonytalanságokat tartalmaz. A következő leképezési-értékelési probléma, hogy helyszínrajzi ívek, átmenetiívek, magassági lekerekítések, lejtőtöréspontok – bár egyértelműen mérhető geometriai alakzatok – vágánygeometriai hibákként nem értékelhetők, a vágánygeometriai hibáktól el kell őket különíteni. A gyakorlati szempontok megkívánják, hogy az elemzett grafikonok derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolható függvényként értelmezhetők legyenek (tehát egy abszcisszához egyetlen ordináta tartozzon). Ezért a vasúti pálya vonalvezetéséből adódó valós irányviszonyokat (a térképen egyeneseket, íveket, elleníveket találhatunk) egy hossz tengelyre „kifeszítve” mint görbületfüggvényt ábrázoljuk.

A vasúti pályafenntartási gyakorlatban általánosan alkalmazott hosszfekszint- és iránymérési módszerek eredményei általában tehát nem tükrözik a pálya valós alakját. A



hosszfekszint és irány paraméterek mozgó eszközökkel (mérőjárművel, vágányon tolató eszközzel) végzett méréseiből nem triviális feladat rekonstruálni és megjeleníteni a pálya valós alakját. Mind a húrmérési módszer, mind az európai szabályozás szerinti sáváteresztő szűrők jelentős amplitúdótorzítást és jelalakváltozást okoznak az eredeti pályaalakhoz, illetve annak görbületviszonyaihoz képest.

A vágánygeometriai mérések esetében különösképpen igaz az a méréselméleti alapvetés, hogy a mérés során mind a mérőeszköz, mind a mérés tárgya megváltozik, így a mérési eredmény egy adott pillanatban lezajlott, megismételhetetlen kölcsönhatást jellemez a mérőeszköz és a mérés tárgya között.

A vasúti pálya, illetve a sínek szilárdságtani szempontból rugalmas támaszokon (aljakon) nyugvó, hajlításra igénybe vett tartóként (sínszál) modellezhető (a geometriai hibák a szilárdságtani modellben támaszmozgásnak vagy a rugalmas támasz szomszédos támasztól eltérő karakterisztikájának felelnek meg). Mérőkocsis mérés esetében a mérőeszköz (a vasúti jármű) a mérés tárgyát (a vágányt) nem elhanyagolható mértékben deformálja, sőt a mérőeszköz is deformálódik elhanyagolható mértékben (pl. kocsiszekrény dinamikus behajlásai). A vágány nem elhanyagolható deformációja a mérés során kívánatos, mivel a méréselmélet másik fontos alapgondolata (az összehasonlítás) éppen így valósul meg, hiszen a mérés során az áthaladó vonatok alatt kialakuló vágánygeometriai viszonyok a relevánsak. Az előbbieket miatt a terhelt (vasúti járművel végzett) és a terheletlen (kézi eszközökkel végzett) mérések közvetlenül nem vethetők össze.

## 2.2 A VÁGÁNYGEOMETRIA ELLENŐRZÉSÉNEK MÓDSZEREI

A mindenkori vágánygeometriai hibák felkutatására irányuló vizsgálatok (nem csak mérések) főbb módszereit – a teljesség igénye nélkül – az **1. táblázatban** mutatom be.

**1. táblázat.** A vágánygeometriai hibák felderítésének módszerei

vizsgált paraméter	terhelés nélküli pályán		járművel terhelt pályán		
	mérési eljárások	hibaészlelő eljárások		mérési eljárások	
	mérés kézi műszerrel	emberi észlelés		automatikus észlelés bármely járművön	mérés vágánygeometriai mérőkocsival
<b>hosszfekszint</b>	vágánymérő kiskocsi, hosszúbázisú lézer, szintező műszer	gyalog-bejárás	vonal-beutazás	inerciális jármű-szenzorok	optikai húrmérés, érintkezőes húrmérés, inerciális mérés
<b>irány</b>	húrmagasságmérés, vágánymérő kiskocsi, hosszúbázisú lézer, mérőállomás				
<b>kereszt-fekszint, síktorzulás</b>	kézi vágánymérő, vágánymérő kiskocsi, geodéziai módszerek				
<b>nyomtávolság</b>	kézi vágánymérő, vágánymérő kiskocsi				optikai mérés, érintkezőes mérés
<b>egyenértékű kúposság</b>	speciális sínfejprofil-mérés				instabil futás észlelése

A vasúti pálya további mérési és vizsgálati típusaival [Ágh, 2019c] jelen értekezésben nem foglalkozom.

A táblázatban alkalmazott csoportosításom szerint a *hibaészlelést* megvalósító vágánygeometria-diagnosztikai eljárások célja a valamely szempont szerint hibásnak tekintett helyek regisztrálása, és nem feladata a vizsgált vágány teljes hosszának milliméterben értelmezhető geometriai leírása (bővebben: 2.2.1. fejezetben). A *mérést* megvalósító vágánygeometria-diagnosztikai eljárások ezzel szemben a mért vágányszakasról meghatározott mintavételi lépésközzel folyamatosan szolgáltatnak milliméterben értelmezhető geometriai adatokat (2.2.2. fejezet)

## 2.2.1 Hibaészlelő eljárások

### 2.2.1.1 Emberi észlelés

A szemrevételezéses, gyalogbejárási vizsgálat szerepét nem szabad lebecsülni, a vasúti pályafelügyelet – az alkalmazható humánerőforrások napjainkban tapasztalható elapadása ellenére – a fontos diagnosztikai módszerek közé tartozik. Az emberi ítélőképesség sokszor bonyolultabb összefüggések felismerésére képes, mint bármely korszerű mérőrendszer vagy számítógép. Az ember hatékonyabban el tudja választani a lényeges és lényegtelen információkat, mint a gép. Azonban az emberi észlelés korlátozott pontosságú, illetve az emberek szubjektíven ítélkeznek, és más személyek máshogy értékelik ugyanazt a helyzetet.

A vonalbeutazás alatt a pályafenntartási szakemberek azon tevékenységét értjük, amikor a vasúti járművön utazva annak szabálytalan mozgásairól – amelyeket veszélyesnek ítélnék – feljegyzéseket készítenek. Ilyen vonalbeutazások az érvényes előírások szerint rendszeresen megtörténnek. A gyalogbejáráshoz hasonlóan az emberi ítélőképességen alapszik, de terhelés alatti vizsgálatnak tekinthető. Eredménye függ az alkalmazott jármű dinamikai sajátosságaitól, valamint az éppen alkalmazott sebességtől is.

### 2.2.1.2 Automatikus észlelés bármely járművel

Az olcsó, megbízható inerciális szenzorok elterjedésével lehetővé vált a menetrend szerint közlekedő személyvonatokkal, tehervonatokkal is vágánydiagnosztikai célú, mérőszemélyzet nélküli adatgyűjtés. [Weston et al., 2015; Hoelzl et al., 2022]. A különböző járművekre szerelt inerciális szenzorok nem az egyes paraméterek milliméteres pontosságú, folyamatos mérésére szolgálnak, hanem kifejezetten a 2.1 fejezetben is említett veszélyes vágánygeometriai szingularitások azonosítására, melyre a folyamatosan mért szabálytalan járműmozgásokból következnek. Az ilyen, vonatokba épített szenzorok nagy tömegben telepíthetők, akár napi visszajelzést adhatnak a gyorsan fejlődő pályahibákról. A speciális vágánygeometriai mérőkocsik jellemzően csak negyedévente–félévente tudnak méréseket végezni egy adott vasútvonalon, így az egyéb vonatokba épített, kevésbé precíz (sebességfüggő és jármű dinamikai sajátosságaitól függő), de akár naponta képződő inerciális szenzoradatok jól kiegészíthetik a mérőkocsikkal nyerhető diagnosztikai adatokat.

A témát bővebben tárgyalom a 3.2.2 fejezetben.

## 2.2.2 Mérési eljárások

### 2.2.2.1 Mérés kézi mérőeszkővel

A nyomtávolság és keresztfekszint mérésére képes vágánymérő gerendáknak, illetve a vágányon tolható, irányt és hosszfekszintet is folyamatosan mérő kiskocsiknak széles piaca van [Hansmann et al., 2021].

A geodéziai felmérések kifejezetten alkalmasak ugyan a sínszálak nagy pontosságú felvételére, ám a módszer jellemzően nem termelékeny, és nehézségeket okoz a terhelt pályaalak bemérése. Ezért elsősorban a vágányépítés során és a vágányszabályozás előkészítésére alkalmazzák.

A kézi vágánymérő műszereknek és a geodéziai módszereknek egyaránt hátrányuk, hogy a vágányt terheletlen állapotban mérik, így az inhomogén alátámasztásból eredő, csak a járműteher hatására jelentkező deformációk (pl. az ún. vaksüppedések) rejtve maradnak előttük. Jellemzően érintkezéssel működnek, de például sínprofilmérés esetében léteznek optikai megoldások is.

### 2.2.2.2 Mérés vágánygeometriai mérőkocsival

A mérőkocsikon (illetve vágányszabályozó gépeken [Hansmann et al., 2021]) működő vágánygeometriai mérőrendszerek precíz, tömeges, részletes idősoros elemzésre is alkalmas vágánygeometriai adatokat szolgáltatnak a terhelés alatti vágányról.

A mérővonati vágánygeometriai mérőrendszerek jelfelvétele érintkezéssel vagy érintkezésmentes lehet. Érintkezéssel esetben a sínszálon gördülő kerekek, speciális mérőkerekek vagy egyéb, sínen csúszó eszközök relatív elmozdulásainak regisztrálása történik. Érintkezésmentes megoldás alatt rendszerint inerciális mérőegység és optikai lézerprofilozók kombinációjának alkalmazását értjük. A lézerprofilozók egy lézerforrást és egy kamerát tartalmaznak, és háromszögelési eljárással határozzák meg a sínprofil nevezetes pontjait. Ha a hosszfekszint és irány meghatározása húrelven történik, legalább három optikai vagy érintkezéssel mérési keresztmetszet szükséges, melyek rendszerint a kocsiszekrényt merev bázisnak tekintő virtuális húrokat feszítenek ki. Ha a hosszfekszint és irány meghatározása inerciális elven történik, akkor háromnál kevesebb optikai vagy érintkezéssel mérési keresztmetszet elegendő. Érintkezéssel és érintkezésmentes mérés esetében is szükség van a keresztfekszint számításához

inerciális elvű (giroszkópokból vagy gyorsulásmérőkből álló inerciális egység /IMU/) dőlésmérő eszközre (kivéve, ha a keresztfekszint számítása a pályaelcsavarodásként közvetlenül mért síktorzulás integrálásával történik). Az ilyen dőlésmérő eszközök rendszerint a mérőjármű kocsiszekrényén vagy egyéb, rezgés csillapított alkatrészen kapnak helyet, ezért a mért inerciális referenciasík dőlésszöge és a pálya keresztfekszintjét meghatározó szög közötti mindenkor eltérést a hosszfekszint mérését megvalósító szenzorok segítségével kompenzálni kell.

A nyomtávolság és irány (mivel a jármű kereke a sínszál nyomtávot meghatározó élét a nyomjáték miatt nem követi le) inerciális elven közvetlenül nem mérhető, kiegészítő optikai vagy érintkezésses szenzorokra van szükség.

### **2.2.3 Mérési eredmények helyazonosítása**

A vágánygeometriai mérési eredmények megfelelő helyazonosítása sokszor összetettebb műszaki feladatot jelent, mint a mérés elvégzése. Különösen igaz ez, ha maga a vasúti helyazonosítási referenciarendszer bonyolult, vagy nem egyértelműen szabályozott (pl. rendező pályaudvarok félreeső vágányain, líráiban), illetve időben változik (pályaátépítések során létrejövő hibaszelvények).

Az egyes eljárások feloszthatók aszerint, hogy a helyadatok adott földi referenciapontok által kifeszített vetületi rendszerben (pl. WGS'84, EOVS) vagy a mindenkor vágánytengelyen mért távolsághoz, illetve az európai jogszabály [EU 1299/2014] által előírt módon alkalmazandó – de néhol szabálytalanul elhelyezkedő – szelvényjelzőkhöz igazodó saját vonatkoztatási rendszerben történik. A kettő közötti átszámítási módszerek megteremtésére napjainkban komoly igény jelentkezik, mert a globális vetületi rendszert alkalmazó műholdas alapú helyazonosítási megoldások térnyerése mellett a pályafenntartási gyakorlatban – a diagnosztikai adatok vonal menti adatfelvétele, ábrázolhatósága, összevethetősége miatt – továbbra is általánosan alkalmazott a relatív vonatkoztatási rendszer (szelvényezés) használata. A földrajzi koordináta-rendszer és a vasúti szelvényjelzők által meghatározott szelvényértékek közötti, mérővonaton is valós időben alkalmazható, általam kidolgozott, mérőkocsin gyakorlatban is működő átszámító módszer virtuális szelvény-referenciapontok adatbázisán alapul [Ágh, 2021b].

A vágánygeometriai mérőberendezések főbb helyazonosítási elveit a következőkben mutatom be.

### 2.2.3.1 Megtett úthossz mérése

Az ilyen berendezések kezdeti, ismert szelvényszámú ponttól mérik a mérőeszköz által a vágány mentén megtett távolságot. Léteznek kézzel tolható mérőkerek; vágányon gördülő eszközökön a kerékfordulatszám-mérésén alapuló útdók használata elterjedt; de elérhetőek a piacon optikai elvű útdók is. Pontosságukat befolyásolják a kerék kopásai, mikro- és makrocúszásai, a sínszalak ívben jelentkező úthosszkülönbsége stb. A mérés során a kicsi szabályos hibák felhalmozódnak, ezért meghatározott térközönként korrekcióra van szükség.

### 2.2.3.2 Inerciális elvű helymeghatározás

A mérőberendezés a mozgása során az inerciális egység a pillanatnyi gyorsulásokat, szögsebességeket regisztrálja, amikből integrálási műveletekkel kiszámítható a kezdeti pont és az irányszög ismeretében a mérőberendezés által leírt térgörbe, illetve annak pillanatnyi térbeli helyzete.

Az inerciális adatok integrálása során összegződnek a szabályos hibák, így meghatározott térközönként korrekcióra van szükség.

### 2.2.3.3 Műholdas helymeghatározás

A GNSS-jelek feldolgozása alapján történő helymeghatározás a mérőeszköz koordinátáit a látható, ismert röppályájú műholdaktól mért távolságai alapján számítja ki. Deciméter vagy centiméter nagyságrendű pontossági igény esetén a műholdjelek vételén túl a GNSS-vevőnek szüksége van a földi referenciállomások korrekciós adataira is. A módszer használhatóságát befolyásolják a műholdak láthatóságára hatással lévő környezeti viszonyok, tereptárgyak, alagutak, de ki kell emelni a napjainkban egyre több problémát okozó ionoszféraviszonyokat is.

### 2.2.3.4 Referenciaobjektum érzékelése

A módszer ismert helyazonosító adatokkal rendelkező egyedi referenciaobjektum mellett, felett vagy alatt törénő elhaladáson alapul. Hagyományos megoldás a mérőkocsi személyzete által észlelt szelvénykő vagy kitérő rögzítése a mérőrendszerben. A módszer automatizált megoldásai például a

- kitérők speciális alkatrészeinek mágneses érzékelése,
- a pálya mentén elhelyezett optikai jelek szkennelése vagy

- a biztosítóberendezésekhez tartozó aktív jelfeladó egységek, balizok érzékelése.

### 2.2.3.5 Helyazonosítási módszerek kombinálása

A helyazonosítás pontossága az előbb említett módszerek kombinálásával növelhető. A bemutatott módszerek közül az első kettő (megtett úthossz mérése, inerciális elvű helymeghatározás) nagyon nagy felbontással (kicsi térbeli lépésközzel), lényegében folyamatosan szolgáltat helyinformációt a mérések során, azonban inkrementális hibáik folyamatosan halmozódnak.

Ezzel szemben a másik kettő előbbieken ismertetett módszer (műholdas helymeghatározás, referenciaobjektum érzékelése) a műholdvevők kisebb mintavételi frekvenciája, illetve a referenciaobjektumok ritka elhelyezkedése miatt nem alkalmasak folyamatos helyazonosításra, de hibáik az egymást követő alkalmazási pontokon nem összegződnek.

Ezért célszerű az olyan helyazonosítási módszerkombináció alkalmazása, mely a folyamatos adatfolyamot biztosító módszert (megtett úthossz mérése, inerciális elvű helymeghatározás) a szükséges térközönként korrigálja (műholdas helymeghatározás, referenciaobjektum érzékelése).

Kézi méréseknél ez a vágányon tolható kiskocsi útdójának szelvénykövek melletti kézi korrekciójával valósul meg. Az FMK-007 mérőkocsin kialakított megoldás [Ágh, 2021b] útdóján alapszik, és a GNSS-adatokkal (virtuális szelvény-referenciapontok útján szelvényértékké transzformálva) szükség szerint végrehajtott menet közbeni szelvénypontosításokkal 120 km/h mérési sebesség mellett is folyamatos, méter alatti pontosságot biztosít, valós idejű feldolgozással.

## 2.3 A HOSSZFEKSZINT ÉS IRÁNY MÉRÉSI ELJÁRÁSAI

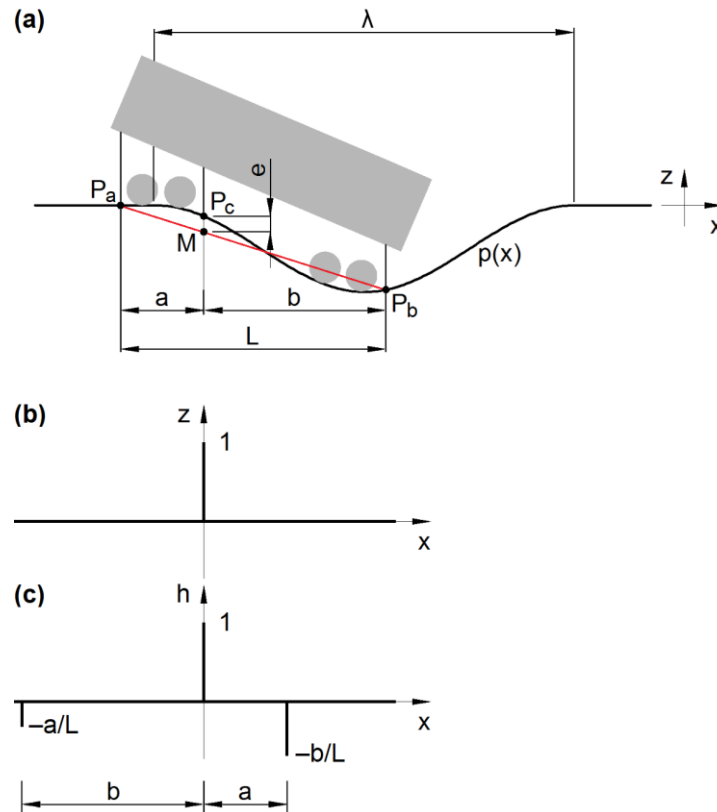
A hosszfekszint és irány mérési eljárásai feloszthatók aszerint, hogy a sínszálak megfelelő térgörbéinek leképezése adott földi referenciapontok által kifeszített (abszolút) vetületi rendszerben vagy a mindenkori vágánytengelyhez igazodó saját (relatív) vonatkoztatási rendszerben történik.

- A földi referenciapontok által meghatározott vetületi rendszerekbe (pl. a fokban megadott földrajzi hosszúságokkal és szélességekkel működő WGS'84 vetületi rendszerbe vagy a méteres észak- és kelet-koordinátákkal működő magyarországi EOVS vetületi rendszerbe) képező geodéziai mérési eljárásoknak napjainkban két nagyobb csoportját különíthetjük el. A mérőállomással vagy szintező műszerekkel történő felmérés a felméréndő pont koordinátáit a Föld felszínén rögzített ismert koordinátájú pontokhoz viszonyított helyzete alapján határozza meg. A GNSS-jelek feldolgozásával napjainkban centiméteres pontosság érhető el, ami azonban a vágánygeometriai mérések milliméteres pontosságigényét nem elégíti ki, így a (korábbiakban említett módon) helymeghatározásban van szerepe.
- A mindenkori vágánytengelyhez igazodó saját vonatkoztatási rendszerbe képező mérési eljárásoknak is két nagyobb csoportját különíthetjük el, melyek kombinálhatók is:
  - a húrmagasság-mérési eljárások és
  - az inerciális mérési eljárások,melyeket a következő alfejezetekben ismertetek.

### 2.3.1 A húrmagasságmérés és torzításmentesítése

Az irány- és hosszfekszintmérésre kézi mérőhúrok, kézzel tolható vágánymérő kiskocsik, illetve mérőjárművek által is használt aszimmetrikus (ill. szimmetrikus) hárompontos húrmérés (1a ábra) – amit ívmagasságmérésnek vagy húrmagasságmérésnek is nevezünk – rendszerelméleti szempontból lineáris rendszerként működik, melynek bemenő jele (gerjesztés) a pályaalakot leíró függvény, a rendszer átviteli függvénye kizárólag a mérőhúr  $L$  hosszától, illetve a középső mérési pont húron belüli helyzetétől függ, a kimenő jele (válaszjel) pedig a mérési regisztrátum. A középső pont a húr  $a$  és  $b$  rész-húrhosszokra osztja. A lineáris rendszerekre igaz, hogy egységimpulzus-válaszuk egyértelműen meghatározza a teljes karakterisztikájukat [Smith, 1997; Kuczmann, 2006].





**1. ábra.** Hárompontos húrmérő rendszer<sup>1</sup> (a) a vágány diszkrét egységimpulzusával<sup>2</sup> (b) és a rendszer egységimpulzus-válaszával<sup>3</sup> (c)

A húrmérési rendszer működése matematikai értelemben konvolúciót valósít meg [Mauer, 1995]: az eredeti pályaalakot leíró  $p(x)$  függvényt és a mérőrendszerre jellemző  $h(x)$  függvényt konvolválja, így kapjuk az  $e(x)$  mérési eredményt. A diszkrét konvolúció szokványos képletébe helyettesítve a mérési folyamat a következőképpen írható le:

$$e(x) = (p * h)(x) = \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} [p(\xi) h(x - \xi)], \quad (1)$$

ahol  $e(x)$  a mérési regisztrátum,  $h(x)$  a rendszer egységimpulzusra<sup>2</sup> (1b ábra) adott válasza, azaz egységimpulzus-válasza. Az egységimpulzus-válasz ebben az esetben egy képzeletbeli, egységnyi méretű, sínre merőleges, túske alakú irány- vagy fekszinthiba képe a megfelelő húrmérési regisztrátumban. Ez a kép három túske-t tartalmaz, melyből a két szélső a középsővel ellentétes irányban áll (1c ábra). Matematikai leírása az 1. ábra jelöléseivel a következő:

<sup>1</sup> Az 1. ábrán látható  $\overline{P_a P_b}$  szakasz és  $L$  közötti hosszkülönbséget a vasúti vágány kialakításának gyakorlati korlátai miatt mind az irány mind a hosszfekszint vizsgálatánál elhanyagolhatóan kicsinek tekintjük.

<sup>2</sup> Az egységimpulzus alatt jelen esetben a Dirac-delta-függvény diszkrét analógiája, a Kronecker-delta értendő.

<sup>3</sup> Az ábra a hosszfekszint mérését illusztrálja, de korlátozás nélkül alkalmazható vízszintes síkban iránymérésre is.

$$h(x) = \begin{cases} -\frac{a}{L} & , \text{ha } x = -b \\ 1 & , \text{ha } x = 0 \\ -\frac{b}{L} & , \text{ha } x = a \\ 0 & , \text{ha } x \neq -b, x \neq 0, x \neq a \end{cases} . \quad (2)$$

Mivel a rendszer kimenetének minden értéke a rendszer három bemeneti értékéből képzett lineáris kombináció, ezért az (1) egyenlet más formában a következőképp is felírható:

$$e(x) = p(x) - \frac{b}{L} p(x - a) - \frac{a}{L} p(x + b), \quad (3)$$

ahol  $L = a + b$ . A későbbi vizsgálataimra tekintettel kikötöttem, hogy aszimmetrikus húr esetén mindig az  $a$ -val jelölt húr-rész hossz a rövidebbik:  $b \geq a > 0$ .

Hibamentes, állandó  $R$  sugarú körív  $a+b$  hosszúságú aszimmetrikus húrral történő mérésekor a húrra merőlegesen mérhető  $e_R$  húrmagasság nagysága:

$$e_R = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2} - \sqrt{R^2 - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2}, \quad (4)$$

melynek nagyobb ívsugarak esetében a gyakorlatban sokszor alkalmazott közelítő értéke:

$$e_R \approx \frac{ab}{2R}. \quad (5)$$

Tiszta ív  $2a$  hosszúságú szimmetrikus húrral történő mérése esetén a fenti képletek ( $a=b$  behelyettesítésével) a következőképp egyszerűsödnek:

$$e_R = R - \sqrt{R^2 - a^2}, \quad (6)$$

$$e_R \approx \frac{a^2}{2R}. \quad (7)$$

Az említett (4–7) húrmagasság-képletek levezetését Chiu és Yen [2019] szemléletesen bemutatja.

Ahogy az az előző (4–7) gyakorlati képletekből is látható, a húrmérések hátránya, hogy eredményük alapvetően függ a mérőrendszer húr hosszától és húrelrendezésétől, ezért különböző húrokkal nyert eredmények nem vethetők össze közvetlenül sem egymással. Sőt aszimmetrikus mérőhúrral rendelkező mérőeszköz más mérési eredményt ad ugyanarról a pályáról a mérőeszköz megfordítása előtt és után. A különböző húrokkal nyert eredmények sem geodéziai, sem inerciális módszerekkel végzett mérésekkel nem vethetők össze közvetlenül; mivel egyes hullámhossz-összetevők felerősítve, mások csillapítva jelennek meg bennük; előfordul teljes csillapítás is, amikor az adott hullámhossz-összetevő teljesen eltűnik, vagyis amplitúdója

a mérési regisztrátumban 0-ra csökken<sup>4</sup>. Ezért szükségessé válik a húrmérési regisztrátumokból az őket létrehozó mérőhúrra jellemző sajátosságok eltávolítása (a magyar szóhasználatban ezt *torzításmentesítésnek* nevezik, a vonatkozó angol nyelvű magyar szabvány [MSZ EN 13848-1] a *decolouring* szót használja). Fontos megjegyezni, hogy a torzításmentesített pályaalakfüggvény nem feltétlenül egyezik meg a pálya valós alakjával, és önmagában (további szűrések nélkül) nem is használatos.

A szakirodalom több módszert is ismer a torzításmentesítésre. Ilyen például igen sok (3)-hoz hasonló formájú egyenletből álló határozatlan, lineáris egyenletrendszer legkisebb hibával járó megoldásának megkeresése [Wang et al., 2018], vagy további publikált eljárások [Haigermoser, 2013; Wolter, 2005; Akinin és Hugues, 1999]. A legelterjedtebb azonban az átviteli függvény inverzének használata [Mauer, 1995], kutatásom során is ezt alkalmaztam, ezért a következőkben vázlatosan bemutatom.

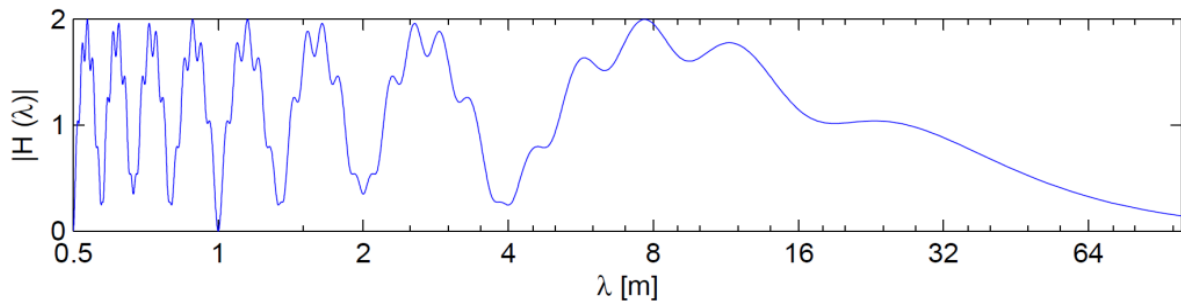
A konvolúció a Fourier-transzformáltakon szorzássá egyszerűsödik [Esveld, 1978]. A villamosmérnöki jelfeldolgozásban rendszerint a Fourier-transzformációt az időtartományból a frekvenciatartományba való áttérésre használják [Smith, 1997]. A vágánymérés esetében a valós értékű mérési adatokból képzett, „úttartományban” értelmezett diszkrét jelsorozatban végzett Fourier-transzformáció az információt a „térbeli hullámhosszak tartományába” viszi át, komplex értékekkel. Vagyis (1) és (3) egyenletekkel egyértékű az alábbi egyenlet is:

$$E(\lambda) = P(\lambda) H(\lambda), \quad (8)$$

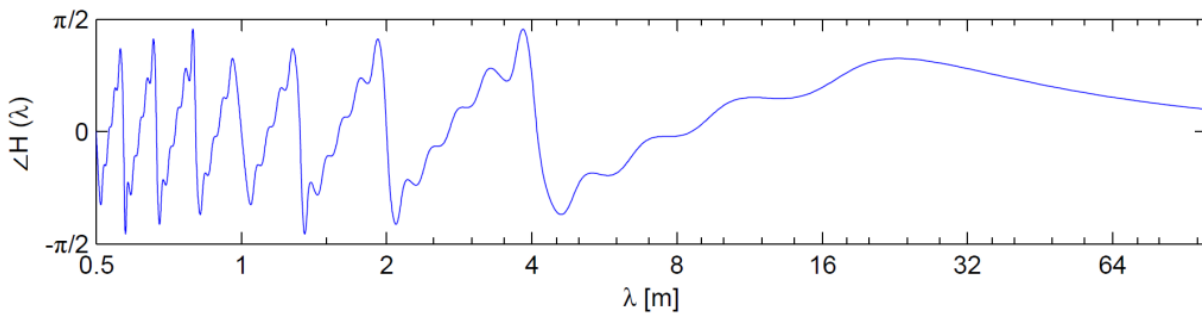
ahol  $E(\lambda)$ ,  $P(\lambda)$  és  $H(\lambda)$  az  $e(x)$ ,  $p(x)$  és  $h(x)$  jelsorozatok komplex értékű diszkrét Fourier-transzformáltjai. A  $h(x)$  egységimpulzus-válasz  $H(\lambda)$ -val jelölt Fourier-transzformáltjának abszolútértékei a húrmérő rendszer amplitúdókarakterisztikáját (példa a **2. ábrán**), fázisszögei pedig fáziskarakterisztikáját (példa a **3. ábrán**) adják meg [Lichtberger, 2005]. Az egységimpulzus-válasz (2) egyenletben látható,  $-b$  helyen vett értékét diszkrét jelsorozattal való munka esetében a kívánt hosszúságú jelsorozat vége előtti  $b$  távolságnak megfelelő elemnél – a mérőrendszer mintavételi lépésköze figyelembevételével – célszerű felvenni.

---

<sup>4</sup> Egyes források – pl. *Kiss Ferenc* 1990. évi doktori értekezése (22. old.) vagy *Haigermoser [2015]* (892. old.) – tévesen utalnak arra, hogy a húrmérési rendszernek ez a kedvezőtlen tulajdonsága (vagyis hogy a húrmérési rendszer átviteli függvénye zérushelyeket tartalmaz) csak szimmetrikus húrelrendezés esetén jelentkezik. Értekezésemben a későbbiekben megmutatom, hogy bármilyen aszimmetrikus húrelrendezés esetében is előfordulnak zérushelyek az átviteli függvényben, tehát a mérőrendszer számára érzékelhetetlen hullámhossz-összetevők fordulnak elő.



**2. ábra.** Az FMK-007 mérőkocsi 4+19=23 méteres húrelrendezésű mérőrendszerének amplitúdókarakterisztikája



**3. ábra.** Az FMK-007 mérőkocsi 4+19=23 méteres húrelrendezésű mérőrendszerének fáziskarakterisztikája

A húrméréssel torzított pályaalak torzításmentesítése matematikai értelemben dekonvolúciót valósít meg. A dekonvolúció a Fourier-transzformáltakon osztási műveletnek felel meg:

$$P(\lambda) = \frac{E(\lambda)}{H(\lambda)}, \quad (9)$$

ahol a komplex számok inverzére vonatkozó, ismert matematikai összefüggés szerint:

$$H^{-1}(\lambda) = \frac{\text{Re}(H(\lambda)) - i \text{Im}(H(\lambda))}{|H(\lambda)|^2}, \quad (10)$$

ahol  $\text{Re}()$  és  $\text{Im}()$  a komplex szám valós és képzetes része,  $i$  a képzetes egység. A (10) egyenletből látszik, hogy  $|H(\lambda)|$  kis értékeinél kis mérési pontatlanság is nagy anomáliákat (egyes hullámhossz-összetevők szemmel láthatóan túlzott dominanciáját a végeredményben) okozhat a numerikus számítás során;  $|H(\lambda)| = 0$  esetben (szingularitás) pedig a számítás nem működik. A gyakorlatban ezért ezeket az értékeket módosítani szokták [Insa et al., 2012], például a  $|H(\lambda)|$  függvény 0,2-nél kisebb értékei helyett 0,2-t alkalmazva [Ágh, 2019a].

A  $p(x)$  „torzításmentesített” pályaalakfüggvény a fenti módon számított  $P(\lambda)$  függvény diszkrét inverz-Fourier-transzformáltjának valós részeként áll elő.

### 2.3.1.1 A pályaalakfüggvény és a húrmagasságfüggvény kapcsolata

Ha a második derivált (numerikus módszerek alkalmazása során szokásos) diszkrét analógiájaként a  $p$  pályafüggvény  $\Delta x$  lépésközű, második (térbeli) differenciájának tekintjük a

$$p''_{\Delta x} = p(x - \Delta x) - 2p(x) + p(x + \Delta x) \quad (11)$$

függvényt, akkor (3) egyenlet figyelembevételével megállapíthatjuk, hogy minden szimmetrikus,  $2a$  hosszúságú húrral ( $a=b=L/2$ ) nyert húrmagasságfüggvényre igaz, hogy az a pályafüggvény  $a$  lépésközű, út szerinti második differenciájának  $-\frac{1}{2}$ -szerese, hiszen ebben az esetben

$$e(x) = -\frac{a}{2a} p(x - a) + p(x) - \frac{a}{2a} p(x + a) = -\frac{1}{2} p''_a. \quad (12)$$

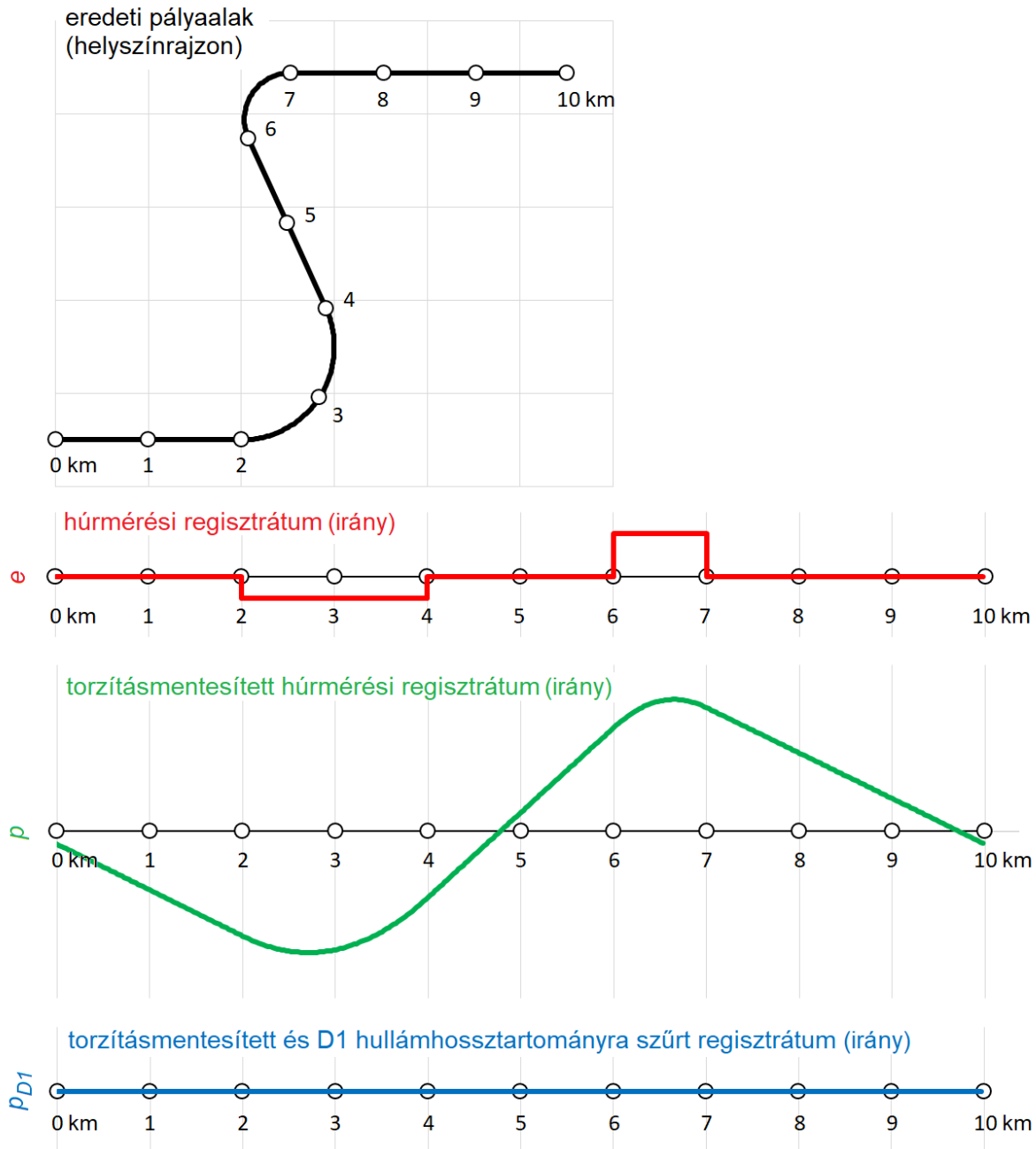
A fentiek alapján az is sejthető, hogy a pályafüggvény tetszőleges lépésközű diszkrét értékei kétszeres szummázással kiszámíthatók a mért húrmagasságok megfelelő diszkrét értékeiből, ha a fél húrhossz a lépésköz egész számú többszöröse. Szimulációim során meggyőződtem róla, hogy ez a pályaalak-visszaszámító módszer nem egyértelmű, mert egy adott húrmagasságmérési regisztrátum végtelen sok pályafüggvény képeként előállhat (ennek a jelenségnek a folytonos függvényeken értelmezhető analógiája, hogy a *deriválás* egyértelmű művelet, az *integrálás* azonban általában nem egyértelmű, mert az eredmény tetszőleges konstansokat tartalmaz). A pályafüggvény ugyanis a szimmetrikus húrral kapott húrmérési regisztrátum kétszeres szummázásával a következőképp kapható meg:

$$p(x) = -2\{\sum(\sum e(x) + C_1) + C_2\}, \quad (13)$$

ahol a  $C_1$  és  $C_2$  konstansok végtelen sok kombinációja közül csak egyetlenegy számpár behelyettesítése adja vissza az eredeti pályaalakot (vagyis a megfelelő peremfeltételeknek ismertnek kell lenniük). A (13) egyenlet szerinti számításra egy példát mutatok be az M4 melléklet **M4.1. táblázatában**.

A torzításmentesített  $p$  értékek  $x$  függvényében, derékszögű koordináta-rendszerben történő ábrázolásával (**4. ábra** zöld görbéje) az eredeti pályaalak-görbület kétszeres szummázásának („diszkrét integráljának”) megfelelő függvényt kapunk (ahogy az inerciális mérőrendszerek esetén is a görbülettel egyenes arányos gyorsulások kétszeres integrálját tekintjük a pályaalaknak). Például egy  $114,6^\circ$ -os (2 radián) középponti szögű, tökéletesen szabályos geometriájú helyszínrajzi ív torzításmentesített iránymérési pályaalakfüggvénye nem mutat a helyszínrajzon láthatóhoz hasonló „visszafordulást”,

hanem az egyenesek helyén lineárisan növekvő vagy csökkenő függvényszakaszokat, míg a tiszta ív helyén másodfokú parabola alakú függvényszakaszt találunk (4. ábra zöld görbéje). A 4. ábrán látható példán az ívhosszak (2000 és 1000 m) és ívsugarak (1000 és 500 méter) nagyságrendileg nagyobbak a mérőhúr 10-20 méteresnek feltételezett hosszánál.



**4. ábra.** Példa az irány mérési regisztrátumaira 1000 m és 500 m sugarú, 2 radián középponti szögű, átmenetiív nélküli íveket tartalmazó pályaszakasz esetén

Így az ábrán a pirossal jelölt húrmagasság-ábra konstans szakaszokból áll: egyenes szakaszon zérus, ívben pedig az ívsugárral fordítottan arányos az értéke. A zölddel jelölt

$p(x)$  torzításmentesített pályafüggvényt a (9) egyenlet szerint számított  $P(\lambda)$  függvény diszkrét inverz-Fourier-transzformáltjának valós részeként állítottam elő. Jól látható, hogy a zöld függvény a piros függvény kétszeres integráljának felel meg. Ennek oka, hogy a pálya íveihez képest rövid húron mért húrmagasság a pályagörbülettel egyenesen arányos, a pályagörbület pedig a pálya úthossz menti második deriváltjának felel meg. Ahogy a (13) egyenletnél említettem, az integrálás – a deriválással ellentétben – nem egyértelmű művelet, mivel egy adott függvény integrálja tetszőleges additív konstans tartalmazhat, így a kétszeres integrálás eredményfüggvénye végtelenül sok formát ölthet (ezek közül egyet kaphatunk meg a fent részletezett dekonvolúcióval). Közös bennük azonban, hogy a helyszínrajzi egyenesek (vagy hosszfekszint esetén az egyenletes lejtésű szakaszok) helyén lineáris, a helyszínrajzi ívek (vagy hosszfekszint esetén magassági lekerekítő ívek) helyén másodfokú parabola alakú függvényszakaszokat tartalmaznak (klotoid-átmenetiív esetén harmadfokú parabola alakú függvénydarab keletkezne). Ezekre a vonalvezetési elemekre rakódnak rá a további vágánygeometriai hibák, melyeknek regisztrátumbeli képével értekezésem későbbi részében foglalkozom részletesen.

A pályagörbület kettős integrálja felhasználásával definiált  $p$  pályaaalakfüggvényhez hasonló függvények a felépítménykarbantartás ívszabályozási feladatai során végzett előkészítő számítások során is megjelennek. A gyakorlatban alkalmazott érintőszög-eljárás során a felmért húrmagassági értékek kétszeres összegzését (vagyis kétszeres integrálását) kell elvégezni. Az első összegzéssel az érintőszögfüggvényt, a második összegzéssel az eltolási értékeket kapjuk [Kormos, 1994]. Az érintőszög-eljárás alapegyenlete [Megyeri, 1990] ugyanis a szabályozó gép számára a  $p_{\text{korr}}$  eltolási értékeket megadó

$$p_{\text{korr}} = \int_0^l (\tau_{\text{régi}} - \tau_{\text{új}}) dl, \quad (14)$$

ahol  $l$  az ívhossz,  $\tau_{\text{régi}}$  és  $\tau_{\text{új}}$  a szabályozandó és szabályozott ív érintőszöge. Az érintőszög a  $G$  görbület integrálja, a görbület pedig az adott pontbéli ívsugár reciproka:

$$\tau = \int_0^l G dl = \int_0^l \frac{1}{R} dl, \quad (15)$$

tehát

$$p_{\text{korr}} = \int_0^l \left( \int_0^l G_{\text{régi}} dl - \int_0^l G_{\text{új}} dl \right) dl = \int_0^l \int_0^l G_{\text{régi}} dl dl - \int_0^l \int_0^l G_{\text{új}} dl dl, \quad (16)$$

vagyis az ívszabályozási előkészítés is kétszeres integrálásra vezethető vissza. A kalkulációhoz szükséges görbületi értékeket a gyakorlatban a (7) egyenlet

figyelembevételével diszkrét pontokban szimmetrikus húrral mért húrmagasságok segítségével határozzák meg:

$$\frac{1}{R} = G \approx \frac{2e}{a^2} . \quad (17)$$

A torzításmentesített  $p$  pályaalakfüggvény alkalmas arra, hogy tetszőleges húrelrendezésnek megfelelő húrmagasság-mérési eredményeket számítsunk belőle a (3) vagy (8) képlet alapján, vagyis egy húrmérési eredményt *más húrelrendezésre számítsunk át*. A **4. ábra** zöld görbéjével jelölt  $p$  függvény minden geometriai információt tartalmaz az eredeti (helyszínrajzi ábrával illusztrált) pályaalakról (irányviszonyokról),  $p$  függvényen bármilyen húrmérési szimulációt futtatva az eredmény megegyezik a helyszínrajzi pályaalakon végzett húrméréssel. A más húrelrendezésre való átszámítás képlete a Fourier-transzformáltak alkalmazásával, (8) és (9) egyenlet jelölésrendszerét használva a következő:

$$E_2(\lambda) = P(\lambda) H_2(\lambda) = \frac{E_1(\lambda)}{H_1(\lambda)} H_2(\lambda) , \quad (18)$$

vagyis az új húrelrendezésnek megfelelő mérési regisztrátum  $E_2(\lambda)$  Fourier-transzformáltja az eredeti húrelrendezéssel nyert húrmagasságfüggvény  $E_1(\lambda)$  Fourier-transzformáltjának és a húrelrendezésekre jellemző  $\frac{H_2(\lambda)}{H_1(\lambda)}$  komplex hányados alapján számítható.  $E_2(\lambda)$  ismeretében az  $e_2(x)$  átszámított húrmérési regisztrátum inverz-Fourier-transzformációval adódik.

A torzításmentesített  $p$  pályaalakfüggvény alkalmas arra is, hogy a szabványos szűrők segítségével előállítsuk belőle az európai jogszabályok és szabványok által megkövetelt (D1, D2) végeredményt. A szűrőket a következő fejezetben mutatom be. A **4. ábra** kék görbéjével jelölt, D1 hullámhossz-tartományra szűrt regisztrátuma azonosan zérus, vagyis a szűrő a nagy hullámhosszú komponenst eltávolítja a mérési regisztrátumból, hiszen a helyszínrajzi (vagy magassági lekerekítő) ívek nem tekinthetők vágánygeometriai hibának.



### 2.3.2 Inerciális vágánymérő rendszerek

Inerciális mérőrendszerek alatt jelen alfejezetben a sínszálak geometriai viszonyait leíró vágánygeometriai paraméterek pontos mérésére szolgáló, gyorsulásmérő, szöggyorsulásmérő vagy szögsebességmérő szenzorokon [Farkas, 2020] alapuló rendszereket értek. Nem tartoznak ide azok az inerciális szenzorokkal operáló diagnosztikai rendszerek, melyek a kocsiszekrény és a forgóvázak szabálytalan járműmozgásai alapján veszélyes pályahibákat képesek észlelni, de a pályahibák pontos geometriai leírásának igénye nélkül (ezeket a diagnosztikai rendszereket későbbi fejezetekben tárgyalom).

Az inerciális vágánymérő rendszerek alapelve, hogy a mérőkocsi valamely elemén elhelyezett inerciális referenciarendszer eltolódásai a megfelelő irányokban gyorsulásmérő szenzorokkal mért  $\ddot{p}_{sys}$  gyorsulásainak kétszeres integrálásával az

$$p_{sys}(t) = \iint \ddot{p}_{sys} dt dt \quad (19)$$

séma szerint, illetve az említett referenciarendszer elfordulásai a giroszkópszensorokkal mért  $\omega_{sys}$  szögsebességek egyszeres integrálásával a

$$p_{sys}(t) = \int \omega_{sys} dt, \quad (20)$$

séma szerint nyerhetők, melyek alapján a kívánt térgörbék meghatározhatók. A kettős integrálást a numerikus stabilitás megtartása miatt csak a jelek szűrése után lehet elvégezni [Farkas, 2020].

Az inerciális úton nyert vágánymérési eredmények regisztrátumára is igazak a torzításmentesített húrmérésnél tett állítások, vagyis a gyorsulások kétszeres integrálásával kiszámított, de derékszögű koordináta-rendszerbe felrajzolt függvény nem azonos a pálya geodéziai műszerekkel mérhető alakjával.

Az inerciális referenciasík rendszerint a szenzorokra káros rezgésektől leginkább mentes helyen, kocsiszekrényhez rögzítve vagy akár egy attól is izolált részegységen helyezkedik el [Haigermoser et al., 2015], ezért a sínszálaknak az inerciális referenciarendszerhez vonatkozott mindenkori pozícióját távolságmérő (nem inerciális) érintkezésmentes vagy érintkezéses szenzorokkal kell meghatározni. A hosszfekszint mérése elvileg lehetséges lenne rugózatlan tömegre (csapágytokra) erősített szenzorokkal, de az ott létrejövő nagy gyorsulások miatt a gyakorlatban ez nem szokásos. Az irány (és a nyomtáv) mérése elvileg is lehetetlen pusztán inerciális

szenzorokkal, mivel a járműnek nincsen olyan alkatrésze, ami a sínszálak irányviszonyait mindenkor pontosan lekövetné.

Megjegyzem, hogy inerciális alrendszernek tekinthetők az irányt és hosszfekszintet egyébként húrmérési módszerrel meghatározó mérőkocsiknak a keresztfekszint mérésére szolgáló (aszimmetrikus rugóösszenyomódásból származó elfordulások szerint kompenzált) kocsiszekrényre vagy forgóvázra erősített giroszkópos megoldásai.

### 2.3.3 Szűrés a szabványos hullámhossz-tartományokra

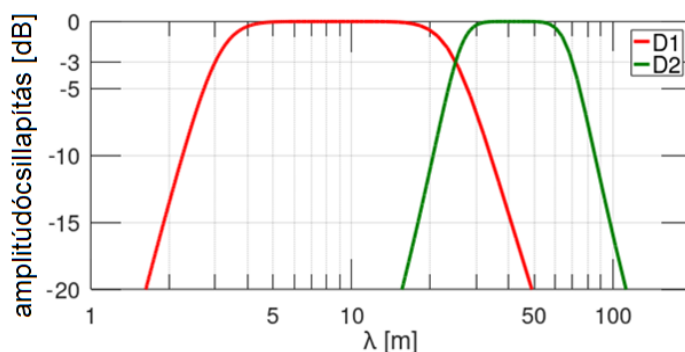
A vonatkozó Európai Unió-szintű átjárhatósági jogszabály [EU 1299/2014] és a vonatkozó európai és magyar szabvány [MSZ EN 13848-1] a hosszfekszint és irány

- inerciális mérőrendszerrel mért vagy
- a húrmérő rendszerrel mért, majd torzításmentesített adatsorain

egyenként további szűrés elvégzését teszi kötelezővé. Az általában „D1” vagy „D2” elnevezésű hullámhossz-tartományra végzendő sáváteresztő szűrés célja, hogy a különböző gyártók különböző mérőrendszereinek eredményei egymással összevethetők legyenek, továbbá egységesen alkalmazhatók legyenek a mérési eredményekre az említett jogszabályban [EU 1299/2014] és a vágánygeometria minőségére vonatkozó európai és magyar szabványokban [MSZ EN 13848-5; MSZ EN 13848-6] meghatározott mérethatárok.

A ma hatályos MSZ EN 13848-1:2019 szabvány *C* és *D* mellékletei részletesen tárgyalják az alkalmazandó sáváteresztő szűrőket. A szabvány Butterworth-szűrőkön alapuló tűrészatárokat ad meg az alkalmazható szűrők amplitúdó-hullámhossz függvényére vonatkozóan. A *D1* jelű szűrő esetében a  $-3$  dB erősítéshez (amikor a jel teljesítménye felére csökken, illetve az amplitúdó az eredeti  $2^{-1/2}$ -szerese) tartozó hullámhosszak elvárt értéke 3 m és 25 m, a *D2* jelű szűrő esetében pedig 25 m és 70 m (5. ábra). A szabvány szerinti *D1* szűrő csillapításmentes sávja (ahol a jel teljesítménye nem csökken) 5 m és 15 m közé esik, a *D2* szűrőé 32 és 54 m közé.

Az MSZ EN 13848-5 szabvány szerint a *D1* hullámhossz-tartományra való szűrés elvégzése minden esetben szükséges, azonban a *D2* hullámhossz-tartományra szűrt lokális hibákra vonatkozóan csak 160 km/h-nál nagyobb sebességű vasúti pályák esetében tartalmaz előírásokat.



**5. ábra.** D1 és D2 jelű szabványos sáváteresztő Butterworth-szűrők erősítése a hullámhossz függvényében

A D1-es hullámtartomány látszólag megfelel a hazánkban – tapasztalataim szerint – általánosan előforduló 5–15 méter közötti szokásos lokálishiba-hosszaknak. Azonban meg kell jegyezni, hogy egy digitális szűrő átviteli sávja és egy lokális vágánygeometriai hiba hossza egyáltalán nem vethető össze, hiszen egy nemperiodikus jel (lokális hiba) Fourier-sora végtelen hosszú. Ezen megállapítás helyességét az értekezés későbbi részében igazolni fogom.

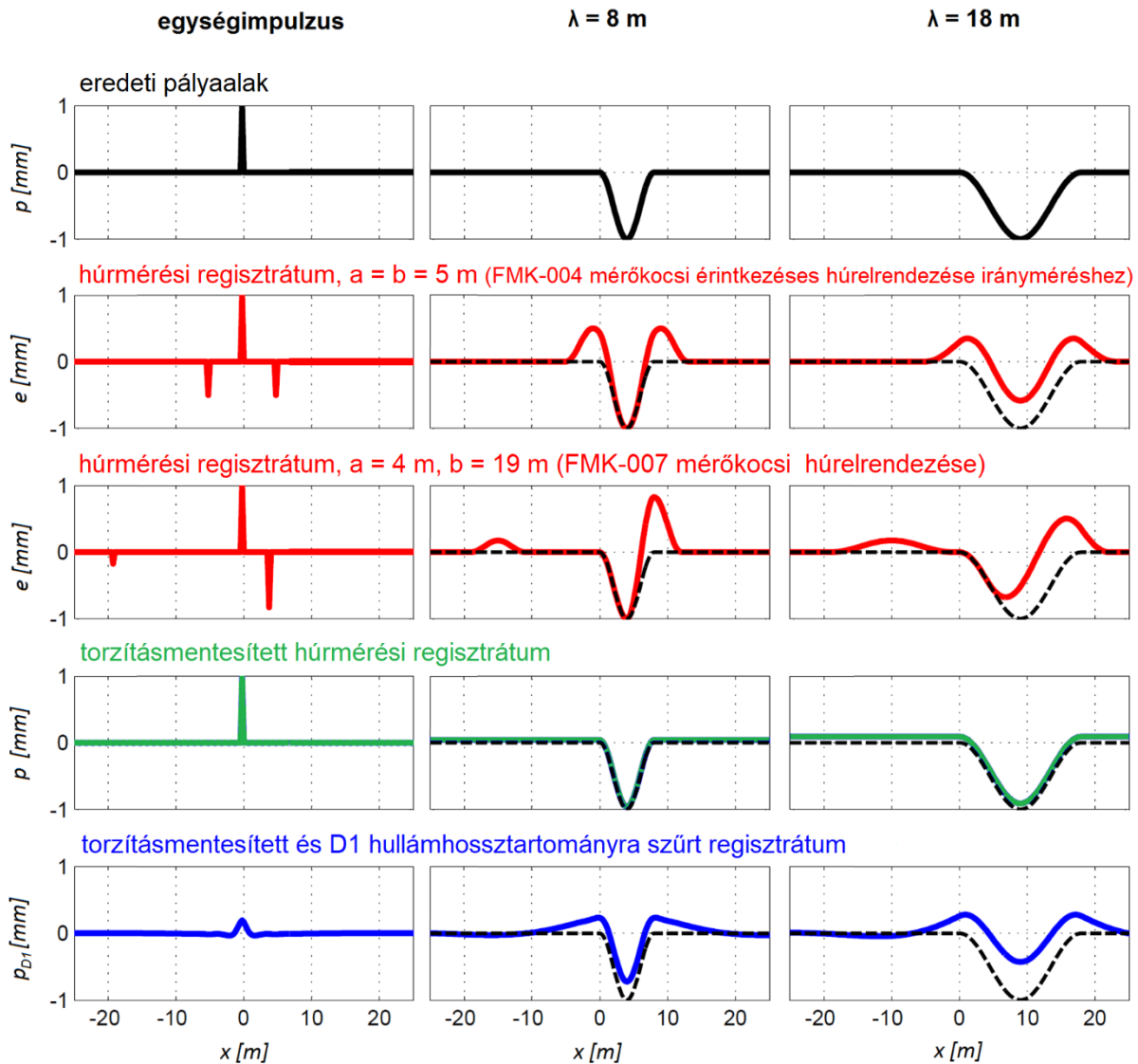
Mivel a torzításmentesítés egy szűrési jellegű eljárásnak tekinthető, mely a húrmérési regisztrátum – mint jel – hullámhossz-összetevőinek amplitúdóját és fázisát módosítja, az alábbi, összefoglaló képlettel kívánom illusztrálni a mérőkocsis húrmérés európai jogszabálynak megfelelő feldolgozásának két lépését:

$$P_{D1}(\lambda) = E(\lambda) H^{-1}(\lambda) W_{D1}(\lambda), \quad (21)$$

vagyis a húrmérési regisztrátum  $E$ -vel jelölt Fourier-transzformáltján végre kell hajtani a húrmérő rendszer átviteli függvénye inverzének sajátos szűrőfüggvényével történő szorzást ugyanúgy, mint a szabványos hullámhossztartományt meghagyó  $W_{D1}$ -gyel jelölt szűrőfüggvénnyel. A folyamatot Octave programban<sup>5</sup> numerikus úton szimuláltam, majd a **6. ábrán** illusztráltam három különböző pályaalak segítségével, melyek közül az első a korábbiakban említett egységimpulzus, a második és harmadik pedig egymáshoz hasonló alakú és amplitúdójú, de különböző hosszúságú vágánygeometriai torzulás. Az ábra első sorában az eredeti pályaalakok láthatók, melyekről a két különböző (szimmetrikus és aszimmetrikus) húrmérő rendszer a második és harmadik sorban bemutatott különböző torzított képeket adja. Az átviteli függvény inverzének segítségével végrehajtott dekonvolúció mindkét torzított képet a negyedik sorban látható torzításmentesített képbe viszi, amiben megfigyelhető a referenciarendszer

<sup>5</sup> A kutatásom során minden programozási feladatot Octave szoftverben írt kódokkal oldottam meg.

bizonytalanságából származó nullvonal-eltolódás. Az ötödik sorban a torzításmentesített képen végrehajtott D1-es hullámtartományú sáváteresztő szűrés eredménye látható, ami teljesen azonos az eredeti pályaalakon végrehajtott D1-es hullámtartományú sáváteresztő szűrés eredményével.



**6. ábra.** Példák hosszfékszint vagy irány mérési regisztrátumaira 0 m, 8 m és 18 m hosszúságú, egységnyi nagyságú lokális hiba esetén

További hasonló példákat az M1 melléklet **M1.1.-M1.16 ábráin** mutatok be.

### 3 A PÁLYA-JÁRMŰ RENDSZER VÁGÁNYGEOMETRIAI ÉRZÉKENYSÉGE

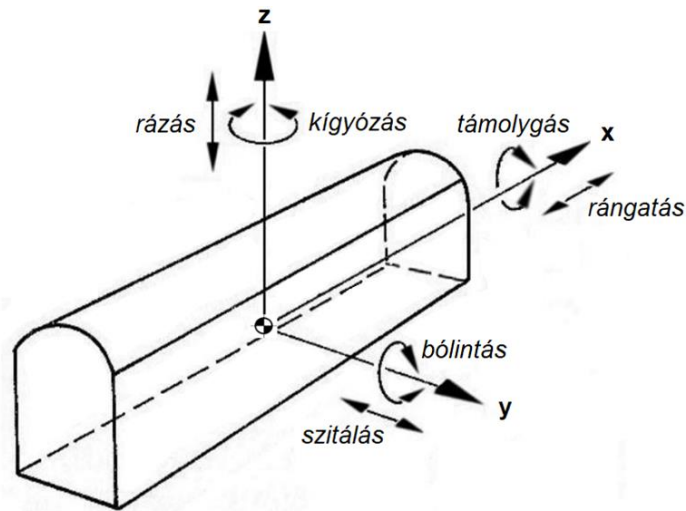
#### 3.1 A PÁLYA-JÁRMŰ RENDSZER DINAMIKAI JELLEMZÉSE

A vasúti pálya és a jármű önmagukban is összetett dinamikai rendszerek, melyek együttesen a magyar szaknyelvbe a XX. század második felében bevezetett [Destek, 1993] úgynevezett pálya-jármű rendszert alkotják.

A pálya alrendszer sokszabadságfokú, nemlineáris struktúra: a sínszalakat mint húzásra-nyomásra, hajlításra, csavarásra igénybe vett rugalmas anyagú, soktámaszú tartókat a rugalmas és disszipatív tulajdonságú sínleerősítések és merevnek tekinthető aljakon keresztül függőlegesen és keresztirányban a rugalmas és disszipatív tulajdonságú zúzottkő ágyazat támasztja meg. A vasúti pálya – mint tartó – hossza mentén mind a geometriai, mind a rugalmassági és csillapítási tulajdonságokban inhomogenitások vannak jelen, melyek a jármű alrendszer szempontjából gerjesztő hatásokat képeznek.

A jármű alrendszer a pályához képest kisebb szabadságfokú, de nagyobb strukturális változatosságot mutató, sokszor elágazó és erős nemlinearitásokat tartalmazó dinamikai rendszer [Zobory, 2015]. A vasúti járművek fő szerkezeti elemei, melyek egyenként merev testnek tekinthetők: a kerékpárok, a forgóvázkeretek és a kocsiszekrény. A kocsik és mozdonyok, motorvonatok rendszerint járművek összekapcsolt füzéreként – vonatként – közlekednek.

Az alrendszerek határát a kerék-sín érintkezési pontok jelentik. A pálya-jármű rendszerben a pálya alrendszer inhomogenitásai hatására az alrendszerhatáron dinamikus többleterők, illetve a jármű alrendszerben szabálytalan járműmozgások, ún. parazitamozgások jönnek létre. Az egyes járműalkatrészeket merev testnek feltételezve a parazitamozgás a három dimenzióban lehetséges, egyenként kétféle elmozdulás (eltolódás és elfordulás) alapján összesen hatféle lehet (7. ábra).



7. ábra. A vasúti jármű hatféle parazitamozgása [Zobory et al., 2012]

### 3.1.1 Sztochaszticitás és káosz

A pálya-jármű rendszer összetettségéből kifolyólag a pálya alrendszer geometriai méretei csak terheletlen állapotban mérhetők egyértelműen, mivel a sztochasztikus folyamatként ismétlődő terhelések ezt a statikus helyzetet valószínűségi eloszlássá oldják fel [Zobory, 2015]. A rendszer sztochaszticitásának néhány forrása:

- A nyomjáték és a kerékpár kúpos felületéből adódó folyamatos futókörsugárkülönbség-változások „laza” illesztést jelentenek a pálya és a jármű között, vagyis véletlen kezdeti feltételekkel indulnak a mozgásfolyamatok.
- A környezeti körülmények (szél, csapadék miatti súrlódásitényező-változás, szomszédos vágányon ellentétes irányban közlekedő jármű szívóhatása [Luber et al., 2018]) sztochaszticitásából fakadó véletlen erőhatások érik a rendszert.
- A vonatba sorozott járművek kombinációi, az egyes járműtípusok különböző alkatrésztípusai és avultságbeli különbségei, a járművezető vezetési stílusa, illetve a szállított áruk vagy utasok elhelyezkedése mind sztochaszticitást hordoznak.

A pálya-jármű rendszerben megtalálhatók a káoszelmélet [Stépán, 1991] területét érintő jelenségek is. A jármű viselkedése a pályán az elvileg determinisztikusan vagy sztochasztikusan leírható törvényszerűségek ellenére sem jelezhető mindig előre a várt mértékben, mivel a körülmények kismértékű megváltozása (sebesség, kerék-sín érintkezési viszonyok) előre alig jelezhető, jelentős változásokat okozhatnak a

szabálytalan járműmozgásokban. Jó példa erre az instabil futás jelensége [Ágh, 2017], illetve az ahhoz kapcsolódó, kigyózási tulajonságok sebességfüggőségét érintő bifurkáció jelensége [True, 1992; Iwnicki, 2006; Li et al., 2020].

### 3.1.2 Mechanikai modellek

A mechanikai jellegű modellek a pálya-jármű rendszerben a vágánygeometria térbeli változásaira adott járműválaszokat a pálya és jármű hagyományos szilárdságtani-dinamikai modelljében kísérlik meg kiszámítani. A modellek részletességüket tekintve lehetnek nagyon bonyolultak, melyek a teljes pálya-jármű rendszer modellezésére alkottak meg, de találhatunk valamely kitüntetett dinamikai jelenség vizsgálatára specializált, jelentősen leegyszerűsített modelleket is.

#### 3.1.2.1 Tömegpont-modellek

Vaszary Pál [Vaszary et al., 1986] a mérettűrés és sebesség közti összefüggésekre irányuló kutatásai során a vágány geometriai pozícióját leíró szinuszfüggvény első térbeli deriváltját vizsgálta, amiből a vágányt követő tömegpont függőleges irányú mozgásienergia-változását számította ki.

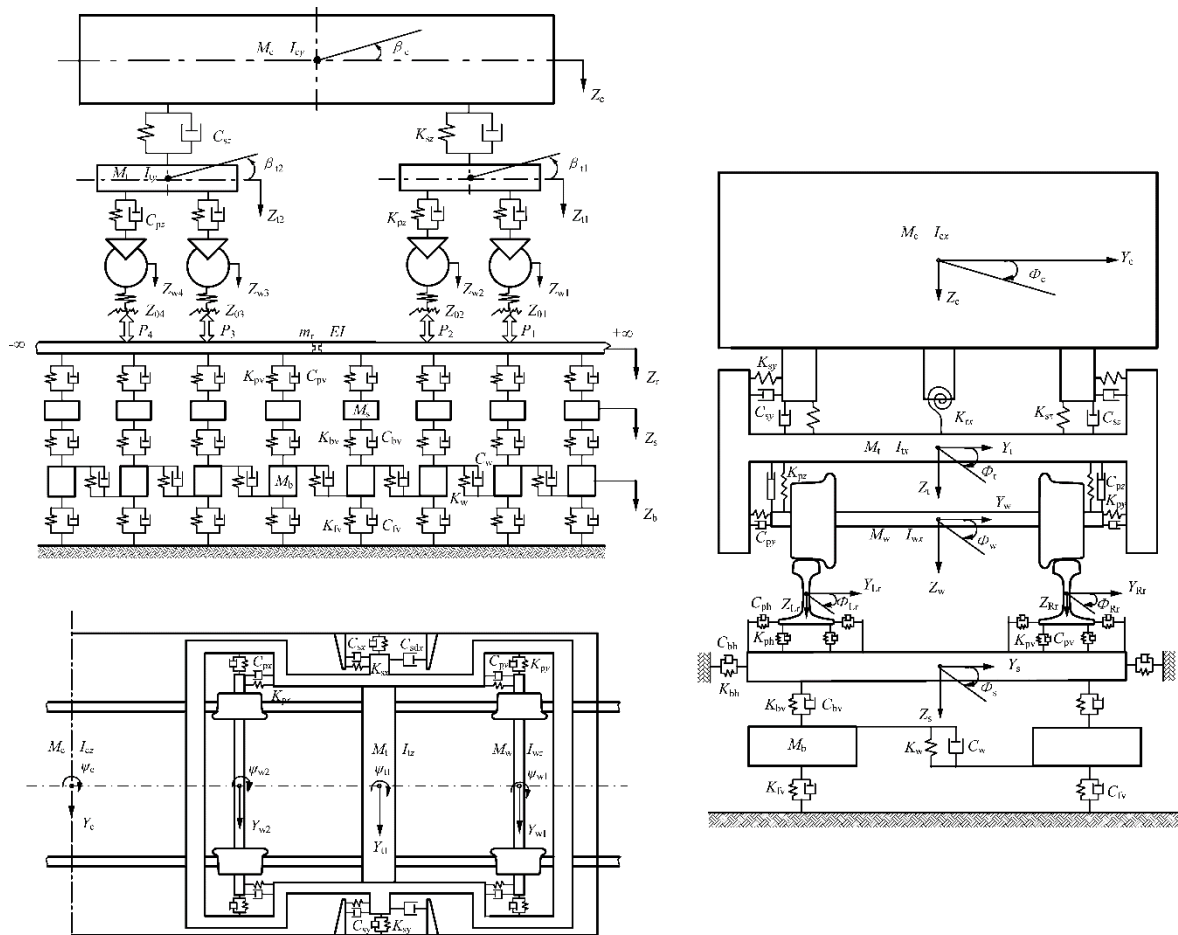
Destek Miklós [1993] is megállapította, illetve elméleti számításokkal és gyakorlati kísérletekkel bizonyította, hogy a pálya-jármű rendszer futástechnikai minősítésében általában nem a pálya eredeti alakjának, hanem abból levezethető, de a geometriai méretekkel nem arányos tulajdonságának, mégpedig a vágánygeometriai függvény második deriváltjának van jelentősége.

#### 3.1.2.2 Többtest-rendszerek

A vasúti jármű és a vasúti pálya elméletileg tetszőleges mélységig modellezhető hagyományos mechanikai módszerekkel. Ehhez az egyes pálya- és járműkomponenseket szilárd vagy rugalmas (pl. a hajlításra igénybe vett sínzsalak) testekkel és az azok közötti különböző elmozdulási szabadságfokokat megtestesítő kapcsolatokat, valamint rugalmas és csillapító elemeket kell meghatározni, így létrejön a többtest-rendszer (multi-body system, MBS). Ezek után a Newton II. törvénye, ill. a D'Alembert-elv nyomán másodrendű differenciálegyenlet-rendszer írható fel [Knothe és Stichel, 2017], melynek általános alakja a következő:

$$\mathbf{MA} + \mathbf{CV} + \mathbf{KX} = \mathbf{F}, \quad (22)$$

ahol  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  és  $\mathbf{K}$  a tömegmátrix, csillapítási (a sebességgel arányos csillapító, ill. szító hatások) mátrix és a merevségi mátrix; továbbá  $\mathbf{A}$  a gyorsulások,  $\mathbf{V}$  a sebességek,  $\mathbf{X}$  az elmozdulások vektora,  $\mathbf{F}$  a külső erőket jelöli. Az ilyen modellek meglehetősen bonyolultak lehetnek, például Zhai és társai [2009] modelljének alkalmazása akár százas nagyságrendű – sokszor nemlineáris, tehát egyetlen számmal le nem írható – paraméter definiálását igényli, és hasonló mennyiségű differenciálegyenletből álló differenciálegyenlet megoldását teszi szükségessé. Az 8. ábra szerinti modell jármű alrendszere 35 szabadságfokú. Az ilyen részletes modellek rendkívül számításigényesek, és a megadott paraméterekből származó bizonytalanságok összeadódnak, veszélyeztetve az eredmények valószerűségét.



8. ábra. Háromdimenziós, 35 szabadságfokú pálya-jármű modell oldalnézete (fent), ill. felül- (lent) és előlnézete (jobbra) [Zhai et al., 2009]

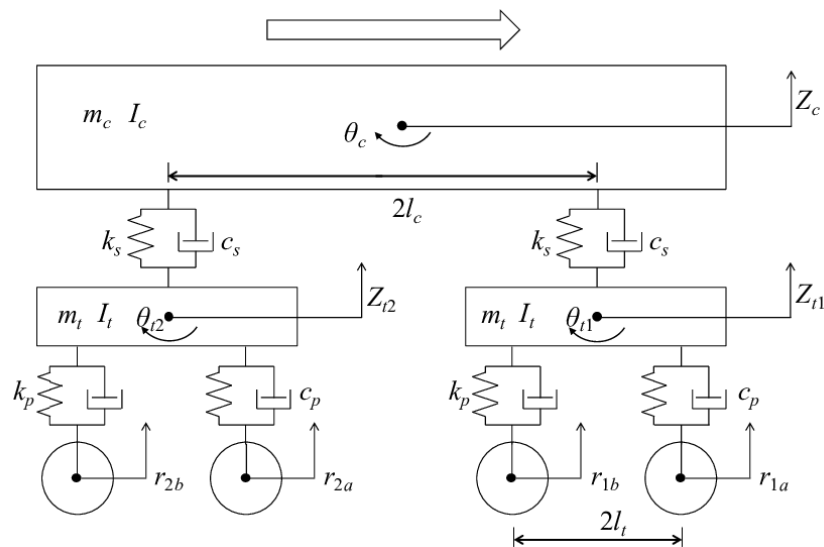
A bonyolult modellek használatára célszerű számítógépes programokat alkalmazni. Ismert többtestrendszer-szimulációs programcsomagok például a SIMPACK, a NUCARS,



a VAMPIRE és a GENSYS [Wilson et al., 2011]. Az ilyen programokban rendszerint az ismert járműtípusok modellezésére szolgáló előkészített paramétersablonok segítségével lehet a különböző pályahibák járműdinamikai hatását hatékonyan modellezni.

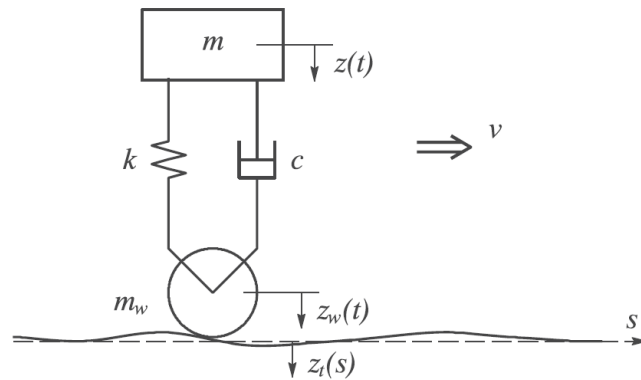
Gyakoribbak a kutatásokban az egyszerűsített, egy-egy kiválasztott vágánygeometriai-járműdinamikai paraméterkapcsolat elemzésére szolgáló modellek.

Tsunashima és Odashima – a valós mérési adatokkal történt összevetés alapján – sikerrel alkalmaztak hat szabadságfokú modellt (9. ábra) a hosszfekszint számítására a függőleges kocsiszekevény-gyorsulások alapján, Kálmán-szűrővel [Odashima et al., 2017]. Járműmodelljükben a hat szabadságfokot jelentő elmozdulások a következők: a kocsiszekevény valamint a két forgóváz függőleges eltolódásai és keresztirányú tengely körüli (bólintó jellegű) elfordulásai, míg a (22) egyenletrendszer szerinti  $\mathbf{F}$  külső erőrendszer a pálya hosszfekszintjét reprezentáló időfüggő eltolódásvektor, illetve a kerékpárok és forgóvázak között feltételezett csillapítás és merevség alapján képződik.



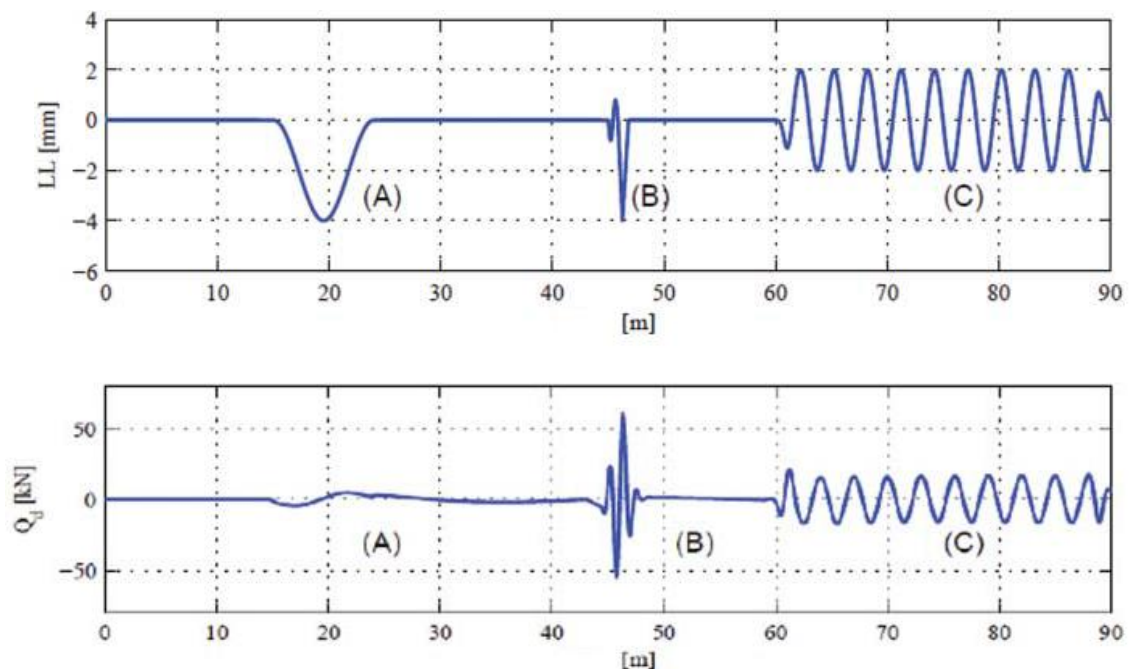
9. ábra. Hatszabadságfokú járműmodell [Odashima et al., 2017]

Alkalmaznak sokkal egyszerűbb modelleket is, például Karis egy 1 szabadságfokú rendszert (10. ábra) használt a függőleges gyorsulások és kerék-sín kontakterők vizsgálatához a hosszfekszint tükrében. A modellt egy gyorsvonati kocsiból kialakított mérőjárművön végzett méréseivel részben validálta [Karis et al., 2020].



10. ábra. Egyszabadságfokú járműmodell [Li et al., 2012, Karis et al., 2020]

Ugyanezt a 10. ábrán látható modellt alkalmazta Li, Persson és társaik [2012]. A modellben végzett elméleti számításaikkal és valóság-hű szimulációkkal igazolták, hogy a függőleges kerék-sín kontakterőket a hosszfekszint második deriváltja sokkal jobban tükrözi, mint a hosszfekszint [MSZ EN 13848-1] szabvány szerint alkalmazott „alapvonal-tól csúcsig” típusú kiértékelése. A 11. ábrán feltüntetett eltérő jelalakú, de hasonló amplitúdójú, *A*, *B*, *C* betűkkel jelölt hosszfekszint-deformációkon (*LL*) a modell szerinti járműáthaladás során a második térbeli deriválttól függő, jelentősen különböző nagyságú dinamikus kerék-sín többleterők ( $Q_d$ ) jönnek létre.



11. ábra. Hosszfekszinthibák hasonló amplitúdóval (fent) és a járműmodell segítségével kiszámított, rajtuk létrejövő kerék-sín kontakterők (lent) [Li et al., 2012]

### 3.1.3 Kisiklások

A pálya-jármű rendszer viselkedésének elemzése során kitüntetett feladat a kisiklási feltételek meghatározása.

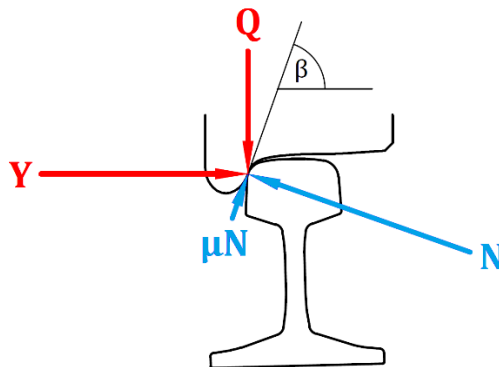
A pályahibával összefüggésbe hozható (nem járművek ütközéséből, járműhibából vagy kitérőhibából stb. eredő) kisiklási mechanizmusok a szakirodalomban javasolt csoportosításokat követve [Iwnicki, 2006; Rießberger, 2013] a következők lehetnek:

- nyomkarima-felkúszás;
- a vágány keresztirányú stabilitásvesztése;
- nyombővülés;
- instabil futás;
- járműkiborulás.

Az első két kisiklási ok rendszerint kapcsolatba hozható az irány- és fekszínhibákkal, ezért az alábbiakban vázlatosan bemutatom a rájuk vonatkozó, szakirodalomban említett kisiklási kritériumokat.

#### 3.1.3.1 Nyomkarima-felkúszás

A nyomkarima-felkúszásos kisiklás határhelyzetét számszerűsítő Nadal-képletet meghatározó modell egyetlen, nyomkarimáján a sínnel érintkező kereket tartalmaz.



12. ábra. A Nadal-képletet igazoló modell

Az ábra jelöléseivel a kisiklás elkerülése érdekében a kerék és sín közt fellépő  $Y$  keresztirányú és  $Q$  függőleges erő arányára igaznak kell lennie az

$$\frac{Y}{Q} \leq \frac{\tan \beta - \mu}{1 + \mu \tan \beta} = \tan(\beta - \arctan \mu) \quad (23)$$

összefüggésnek [MSZ EN 14363], ahol  $\beta$  a nyomkarima érintkezési szöge,  $\mu$  a súrlódási együttható.

Megjegyzem, hogy az előbb említett kisiklási kritériumot világszerte általánosan alkalmazzák, de azzal az egyszerűsítéssel él, hogy a kerékpárnak csak egy részét vizsgálja. A teljes kerékpárra felírt erő- és nyomatéki egyenletekből összetettebb siklási kritériumot vezettek le [ORE, 1969].

### 3.1.3.2 A vágány keresztirányú stabilitásvesztése

Az extrém irányhibák gyors kialakulását a szakirodalom rendszerint önálló kisiklási okként tárgyalja.

A pálya-jármű erők kereszt- és függőleges irányú komponenseinek kedvezőtlen aránya esetén a vágány keresztirányú stabilitása megszűnhet, melyre a magyar szakirodalomban [Csek, 1989] Prud'homme kísérleteivel és azok alapján megalkotott empirikus siklásbiztonsági kritériumával [Prud'homme, 1967] szokás hivatkozni. A siklásbiztonsági kritériumnak sokféle továbbfejlesztett, adott vasúttársaságra szabott formája ismert, melyek közül az egyik [Gerber, 2013]:

$$\Sigma Y \leq k \left( 10 + \frac{\Sigma Q}{3} \right) \text{ [kN] ,} \quad (24)$$

ahol  $\Sigma Y$  a vágány és kerékpár közt ható keresztirányú erő,  $\Sigma Q$  a statikus függőleges tengelyterhelés,  $k$  pedig felépítmény- illetve járműtípustól függő tényező. Keresztirányú stabilitásvesztése esetén a vágány nagy, maradó keresztirányú eltolódást szenved a járműáthaladás hatására (szemléletesen fogalmazva: ilyenkor nem a jármű, hanem a pálya siklik ki). Az erősen deformálódott pályán pedig a jármű kerékpárja a fent már említett kisiklási mechanizmussal hagyja el a sínszálakat.

A hirtelen kialakuló irányhibákat előidéző másik jelentős tényező hézagnélküli pályákban a semleges hőmérsékletet jóval meghaladó hőmérséklettel összefüggésbe hozható vágánykivetődés [Kerkápoly, 1990].

## 3.2 MÉRÉSEK, HIBAÉSZLELÉSEK A PÁLYA-JÁRMŰ RENDSZERBEN

A vágánygeometria és a járműdinamika közti összefüggésének gyakorlati, kísérleti vizsgálatát (és az előzőekben említett modellek validálását) azonos pályaszakaszon végzett vágánygeometriai és járműdinamikai mérés összevetésével lehet megvalósítani.

A vágánygeometriai állapot járműválasz-alapú értékeléséhez a vonatkozó szabvány [MSZ EN 13848-6] a következő feltételeknek teljesülnie kell:

- Az értékelésekhez használt járművek reprezentatívak kell lennie az értékelt vonalakon használt gördülőállományra nézve.
- A mérőmeneteket az adott vasútvonal-szakaszra megengedett legnagyobb sebességgel kell elvégezni,  $\pm 10$  %-os tűréshatárral.
- A méréseket a jármű azon részein kell elvégezni, ahol a legnagyobb válasz várható, pl. menetirány szerinti első forgóváz, ill. kerékpár.
- A sínfelület súrlódási viszonyait (nedves vagy száraz) figyelembe kell venni.
- A mérővonatnak helyazonosító adatokat is kell rögzítenie, hogy az észlelt hibákat később meg lehessen később találni.

### 3.2.1 Kerék-sín kontakterők mérése

A kisiklási kritériumokról szóló 3.1.3.1, 3.1.3.2 fejezetekben ismertettem, hogy a kisiklással szembeni biztonság egyik legfőbb feltétele a kerék-sín kontakterők függőleges és vízszintes komponenseinek mindenkori helyes aránya. Ezen túl például a kerék és sín acélananyagában várható mechanikai feszültségek ismeretéhez, vagy a teljes vasúti pályaszerkezet méretezéséhez is szükséges az erők meghatározása.

A kerék-sín kontakterők

- *mozgó mérőjárművel* történő mérése során a vasúti pálya kritikus állapotú helyei deríthetők fel,
- pályába épített *mérősínekkel* történő mérése esetén a kritikus állapotú járművek szűrhetők ki (pl. laposodott kerekek, túlsúlyos vagy aszimmetrikusan megrakott teherkocsik).

A kerék-sín kontakterők mozgó járművel végezhető főbb mérési elveiről jó áttekintést adó Császár és Pálfi [2014] három fő eljárást különböztet meg:

- A kerék-sín kontakterők *direkt mérése* speciális mérőkerékpárral történik, melynek tengelyét és keréktárcsáját az erő megállapítását lehetővé tevő

eszközzel (pl. nyúlásmérő bélyegek) ellátva alakították ki. Az eljárás pontos eredményt ad, ám költséges, és a vizsgáló jármű komoly átalakítása szükséges hozzá, illetve a mérőrendszer kalibrációja is speciális infrastruktúrát igényel.

- A kerék-sín kontakterők *direkt-indirekt mérése* a kerékpár és a forgóváz közötti csapágyerők, illetve a csapágygyorsulások együttes mérésén alapul. A csapágyerők és a gyorsulásokból – a kerékpár ismert tömegparaméterein alapján – számított erők segítségével a függőleges kerék-sín erőkomponensek oldalanként külön-külön, illetve a két keresztirányú kerék-sín erőkomponens összege számítható. Ez az eljárás a direkt méréshez képest gazdaságosabb, viszont a hátránya, hogy alacsony sebességnél bekövetkező nyomkarima-felkúszások mérésére nem alkalmas.
- A kerék-sín kontakterők *indirekt mérése* pusztán gyorsulásméréseken alapszik, erőmérők nem szükségesek hozzá. A direkt-indirekt módszerre tett megállapítások itt is érvényesek. A direkt-indirekt módszertől annyiban különbözik, hogy a kerék-sín kontakterőkben megjelenő, forgóváz és kocsiszekrény pillanatnyi szabálytalan mozgásaiból eredő erőösszetevőket (hasonlóan a kerékpárhoz) a forgóvázon és kocsiszekrényen elhelyezett gyorsulásmérők mérési eredményei alapján a tömegjellemzők (és tehetetlenségi nyomatékok) ismeretében számítással határozza meg.

A MÁV KfV Kft. FMK-007 jelű mérőkocsijának ebben a kutatásban is használt járműdinamikai mérőrendszere 2018 előtt direkt-indirekt módszerrel működött, 2018-ban átépült, és a kutatásom idején indirekt módszerrel határozta meg a kerék-sín kontakterőket. Az FMK-007 mérőkocsit az 5.2 fejezetben részletesebben bemutatom.

### 3.2.2 Járműdinamikai hibaészlelő rendszerek

Az olcsó, megbízható inerciális szenzorok elterjedésével lehetővé vált a menetrend szerint közlekedő személyvonatokkal, tehervonatokkal is a vágánydiagnosztikai célú, mérőszemélyzet nélküli adatgyűjtés. Az ilyen adatokból következtetni lehet a kisiklásveszélyes helyekre, és a tömegesen telepített rendszerek eredményei – a gyakori adatfelvételnek köszönhetően – idősorokba rendezve képet adnak az egyes hibák romlási sebességéről. Míg a vágánygeometriai mérési eredmények alig függnek a mérőjármű haladási sebességétől, az inerciális észlelő rendszerek esetében kihívást jelent az eredmények függősége a pillanatnyi haladási sebességtől.

A németországi ICE 2 vonatokon 2004 óta alkalmaznak gyorsulásmérőn alapuló hibaészlelést [Weston et al., 2015]. Jó áttekintést adnak a jelenlegi rendszerekről Hoelzl és társai [2022], mely szerint például Lengyelországban és Svájcban csapágytok-gyorsulásmérőket, Indiában és Írországban forgóvázakra szerelt, Japánban kocsiszekrényre szerelt gyorsulásmérőket alkalmaznak a fekszinthibák észlelésére [O'Brien et al., 2018; Lathe és Gautam, 2020; Chudzikiewicz et al., 2018].

Az Amerikai Egyesült Államokban közlekedő Acela vonatok forgóvázat és kocsiszekrényének gyorsulását is folyamatosan szenzorok ellenőrzik, kiugró értékeket keresve. Az Egyesült Királyságban a vasútjármű-beszerzések lebonyolítása során előírják, hogy az új járművek megadott hányadát fel kell szerelni mérőszemélyzet nélküli, vágánygeometriát figyelő rendszerrel [Weston et al., 2015].

Társaimmal együtt egy másik kutatás során bizonyítottuk [Vinkó et al., 2023], hogy a ma tömegesen értékesített mobiltelefonokba gyárilag beépített gyorsulásmérő szenzorok és giroszkópszenzorok precíz gyorsulás- és szögsebességmérésekre alkalmasak a vasúti jármű kocsiszekrényében. Az FMK-007 mérőkocsi ablakára szerelt mobiltelefon a mérőkocsi kocsiszekrényen elhelyezkedő gyorsulásmérő szenzorával összemérhető minőségű eredményeket adott.

Sajátos hibaészlelő megoldás a BKV Zrt. diagnosztikai célokra átalakított, utasokat nem szállító mérővillamosán működő járműdinamikai mérőrendszer, mely empirikus összefüggések alapján a pálya-jármű rendszerről rezgésdiagnosztikai értékelést ad [Vinkó és Posgay, 2018; Jóvér et al., 2022].

Figyelemre méltó az UIC keretein belül napjainkban zajló *Harmotrack* projekt. A Harmotrack széleskörű nemzetközi együttműködésben a pálya-jármű rendszer korszerű diagnosztikájának lehetőségeit vizsgáló alább felsorolt munkacsoportokkal működik<sup>6</sup>. Az egyes munkacsoportok nevei jól tükrözik a szakterület fejlődési irányait:

*SWG1-A:* Erők és gyorsulások közötti összefüggések vizsgálata.

*SWG1-B Alpha:* Szűrők vizsgálata.

*SWG1-B Beta 1:* Legveszélyesebb vágánygeometriai hibakombinációk vizsgálata.

*SWG1-B Beta 2:* Vágánygeometria és gyorsulások közötti összefüggések statisztikai vizsgálata.

*SWG1-B Beta 3:* Vágánygeometriai hibák észlelése a gépi tanulás módszereivel.

---

<sup>6</sup> A munkacsoportok felsorolását a „6th UIC Harmotrack Project Plenary Meeting” (Róma, 2023. május 24–26.) értekezlet nyilvános hirdetése alapján közlöm.

*SWG1-B Gamma:* Előfordulások tanulmányozása és kockázatelemzés, a küszöbértékek átvitele a referencijárműről különböző más járművekre és sebességekre.

*SWG2:* Csapágytokgyorsulások legkedvezőbb felhasználása rövid hullámhosszúságú hibák észlelésére.

*SWG3:* Innovatív és olcsó eszközök alkalmazása.



### 3.3 A VÁGÁNYGEOMETRIAI ÁLLAPOT MINŐSÍTÉSE A PÁLYA-JÁRMŰ RENDSZERBEN

A vasúti közlekedés a pálya és a jármű együttműködésével jön létre. A pálya és jármű egymás nélkül, önmagukban céltalanok, ezért a vasúti pálya vágánygeometriai állapotának minősítése elsősorban a pálya-jármű rendszerben okozott teljesítőképességbeli csökkenéseket figyelembe vevő szempontrendszer szerint kívánatos. A pálya szabálytalanságaira az azokon áthaladó járművek szabálytalan járműmozgásokkal „válaszolnak”, ezért a járműveken mérhető nemkívánatos gyorsulások, erők alapján álló vágányállapot-minősítéseket a vágánygeometriai állapot járműválasz-alapú megítélésének nevezzük [Luber, 2011].

A pálya általános állapotának megítélése az új járművek, járműtípusok ellenőrző vizsgálataival kapcsán is felmerül. Ugyanis a járműveket minősítő mérésekhez valódi vasúti pálya szükséges, és a világban különböző helyeken végzett tesztméréseken való megfelelés egyenlő esélye érdekében az azonos tesztpálya-állapot követelményeinek minél pontosabb megfogalmazására erős igény mutatkozik. [Haigermoser et al., 2015]

Weston azt állítja, hogy a pálya geometriai mérethatároknak való megfelelése önmagában nem garantálja a biztonságot, a pálya és a jármű között ható erőkapcsolatot kell vizsgálni a kisiklások elkerüléséhez [Weston et al., 2015].

Az előbbiekben megfogalmazott célok eléréséhez fizikai modellek alapján felállított matematikai kapcsolatokat lehet kidolgozni. Nehézséget jelent azonban a nagyvasúton közlekedő járművek sokfélesége, és egyenként is bonyolult szerkezeti felépítésük, nemlineáris dinamikai viselkedésük, egyes alkatrészeik avulása, teherkocsik megrakottsága stb.

Ahogy az vonatkozó európai szabványban [MSZ EN 13848-6] is tükröződik, a járműválasz-alapú pályaállapot-megítélés módszerei két nagy csoportba sorolhatók:

- elméleti modellek, melyek a járműválaszokat számítások útján becslik;
- helyszíni mérések, melyek a járműválaszokat szenzorokkal, műszerekkel regisztrálják.

A helyszíni mérésekre az előző fejezetben, az elméleti modellekre a következő alfejezetekben mutatok példákat.

### 3.3.1 Vágánygeometriai összegző módszerek

A mért vágánygeometriai paraméterekből különböző matematikai eljárásokkal képzett mérő- és minősítő számok rendkívül sokfélék. Néhány példát az alábbiakban mutatok be. További áttekintést adnak Offenbacher és társai [2020], tizennégy különböző módszer felsorolásával.

#### 3.3.1.1 Európai vágányminősítő referenciaindex (TQI<sub>ref</sub>)

A vonatkozó európai és magyar szabvány [MSZ EN 13848-6] a vasúti pályák geometriai állapotának leírására – tekintettel a szórásalapú minősítés európai vasúthálózatokon való széleskörű használatára és az egységes, könnyen érthető minősítő szám szükségességére – a hosszfekszint és az irány D1 hullámhossz-tartományra szűrt értékeinek szórását teszi referenciamódszerré (TQI<sub>ref</sub>):

$$\sigma(LL) = \sqrt{\frac{\frac{L}{\sum_{i=1}^{\Delta x} [LL_{1,i} - \overline{LL}_1]^2}{L} + \frac{L}{\sum_{i=1}^{\Delta x} [LL_{2,i} - \overline{LL}_2]^2}{L}}{\Delta x^{-1}}}, \quad (25)$$

$$\sigma(AL) = \sqrt{\frac{\frac{L}{\sum_{i=1}^{\Delta x} [AL_{1,i} - \overline{AL}_1]^2}{L} + \frac{L}{\sum_{i=1}^{\Delta x} [AL_{2,i} - \overline{AL}_2]^2}{L}}{\Delta x^{-1}}}, \quad (26)$$

ahol  $\sigma(LL)$  a hosszfekszint szórása,  $\sigma(AL)$  az irány szórása, <sub>1</sub> és <sub>2</sub> indexek a bal és jobb sínszálát jelölik, a  $\overline{\quad}$  felülvonás az átlagot (számítani közepet) jelzi,  $L$  a minősítő szakasz hossza (200 m),  $\Delta x$  a mintavételi lépésköz (0,25 m). A szabvány a fenti szórásértékek alapján – európai vasutak összesített mérési eredményei alapján felrajzolt eloszlásgörbék 10, 30, 70 és 90 százalékhoz tartozó értékeit tükrözve – hosszfekszintre (2. táblázat) és irányra vonatkozó A–E jelű minőségi osztályokat határoz meg.

**2. táblázat.** Európai vágányminőségi osztályozás (Track Quality Class) a hosszfekszint szórása alapján 200 méteres minősítési szakaszokra [MSZ EN 13848-6]

európai vágányminőségi osztályok (TQC)	A	B	C	D	E	
sebességtartományok [km/h]	$\sigma(LL)$ hosszfekszint-szórás küszöbértékei [mm]					
$V \leq 80$	0	1,25	1,75	2,75	3,75	$\infty$
$80 < V \leq 120$	0	0,75	1,1	1,8	2,5	$\infty$
$120 < V \leq 160$	0	0,65	0,85	1,4	1,85	$\infty$
$160 < V \leq 230$	0	0,6	0,75	1,15	1,6	$\infty$

### 3.3.1.2 Paraméterek közös szórása (CoSD)

Az előzőekhez hasonló, szórásalapú, de a különböző vágánygeometriai paraméterek közös, súlyozott szórására példaként a szabvány [MSZ EN 13848-6] a következő formulát mutatja be:

$$CoSD = \sqrt{w_{LL}[\sigma(LL)]^2 + w_{AL}[\sigma(AL)]^2 + w_{CL}[\sigma(CL)]^2 + w_G[\sigma(G)]^2}, \quad (27)$$

ahol  $CL$  a keresztfekszint,  $G$  a nyomtávolság, illetve  $w$  értékei az egyes paraméterszórások súlysúlyszámai.

### 3.3.1.3 Magyarországon alkalmazott minősítő szám (SAD)

A MÁV és a GYSEV hálózatán napjainkban elsődlegesen alkalmazott minősítő szám (SAD) a hosszfekszint, irány, valamint a 2,5 és 6,0 méter bázisú síktorzulások ( $CL'_{2,5}$  és  $CL'_{6,0}$ ) külön-külön 40 méteren mozgóátlagolt adatsorainak abszolútértékeit összegzi. Általános alakja a következő:

$$SAD = \frac{L_0}{L} \sum_{i=1}^L \frac{|LL_{1,i} - \overline{LL}_1| + |LL_{2,i} - \overline{LL}_2| + |AL_{1,i} - \overline{AL}_1| + |AL_{2,i} - \overline{AL}_2| + |CL'_{2,5,i} - \overline{CL'_{2,5}}| + |CL'_{6,0,i} - \overline{CL'_{6,0}}|}{3} \Delta x, \quad (28)$$

ahol  $L_0$  a minősítő szakaszok általános hossza,  $L$  az aktuális minősítő szakasz hossza (töredékszakasz esetén kisebb lehet, mint  $L_0$ ), a  $\overline{\quad}$  felülvonás a 40 méteres mozgóátlagot jelzi. A SAD számok szokásos mértékegysége a  $dm^2$ . A SAD szám értéke – a szórásalapú minősítéstől eltérően – jelentősen függ az alkalmazott  $L_0$  minősítési hosszától,  $L_0$  szokásos értéke napjainkban 200 m. A 200 méteres minősítési hosszra számolt SAD számnak is kétféle értéke használatos jelenleg attól függően, hogy a (28) képlet  $AL$  (irány) és  $LL$  (hosszfekszint) változóiba

- az 5+5 m, ill. 5+6,8 m húrelrendezésnek megfelelő hagyományos húr magasságokat ( $SAD_{200,húr}$ ) vagy
- a torzításmentesített és egyúttal D1 hullámhossz-tartományra szűrt adatsorokat ( $SAD_{200,D1}$ )

helyettesítik be a minősítő számítás során. A kettő között – tapasztalataim szerint – általánosságban másfélszeres eltérés van ( $SAD_{200,húr}$  a  $SAD_{200,D1}$  másfélszerese).

### 3.3.1.4 Lokális hibák mennyisége alapján történő minősítés

A kiválasztott vágánygeometriai lokálishiba-határértékek meghaladásainak száma vagy a meghaladási hosszak szerint is lehetséges azonos hosszúságú pályaszakaszok minősítése.

### 3.3.2 Járműválasz-becslő minősítés

#### 3.3.2.1 Tömegponttal modellezett jármű (MDZ, PMA)

A mért vágánygeometriai paraméterekkel leírt pályán elhaladó jármű válaszára (pálya-jármű erők, járműgyorsulások) irányuló legegyszerűbb modell a járművet kiterjedés nélküli tömegpontként írja le, és a tömegpont mozgását becsli a vágánygeometria szabálytalanságai függvényében. Ilyen például az Ausztriában használatos MDZ szám, melynek számítási metódusa a pályára engedélyezett sebességet és a hosszfekszint, keresztfekszint, ill. irány első térbeli differenciáját is figyelembe veszi [Offenbacher et al., 2020].

Másik példa az európai szabványban is említett PMA (point mass acceleration) eljárás, melynek a tömegpont keresztirányú és függőleges elvi gyorsulását ( $a_y$ ,  $a_z$ ) meghatározó egyszerűsített kulcsképletei a következők [Haigermoser et al., 2015]:

$$a_y = c v^n \left[ \left( \frac{AL_1 + AL_2}{2} \right)'' + h_0 \left[ \left( \frac{LL_1 + LL_2}{2} \right)''' - \left( \frac{LL_2 - LL_1}{2b_A} \right)'' \right] \right], \quad (29)$$

$$a_z = c v^n \left( \frac{LL_1 + LL_2}{2} \right)'' , \quad (30)$$

ahol  $c$  és  $n$  skálázható értékek,  $h_0$  a jármű tömegközéppontjának sínkoronaszint feletti magassága,  $v$  a pályára engedélyezett sebesség,  $2b_A$  a névleges futókörtávolság (1,5 m), ', '' és ''' az első, második és harmadik térbeli deriváltat jelzi.

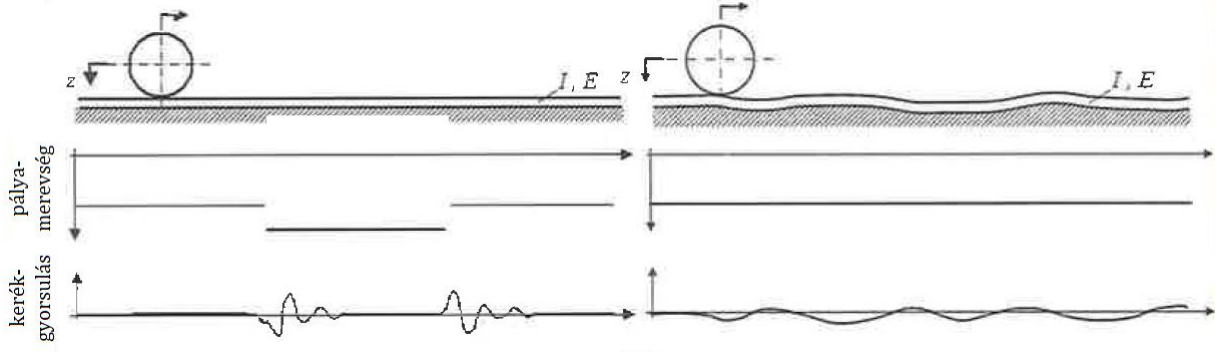
#### 3.3.2.2 Testekből álló modell

A mérésekkel reprezentált vágánygeometriai gerjesztésre adott járműválasz több testből álló modellekkel is becsülhető. Li és társai [2012] a már korábban említett, **10. ábrán** bemutatott járműmodell által adott válaszok alapján javasolják értékelni a pálya függőleges értelmű geometriai állapotát, mégpedig a hosszfekszint-függvények második térbeli deriváltja alapján.

Karis és társai [2020] a vágánygeometriai és járműdinamikai paraméterek közti különböző korrelációk erősségét vizsgálták modellkísérletekkel és mérésekkel is. Az eredményeik értékelése során rámutattak arra, hogy a fekszintjellemzők megítélésében fontos szerepe van a fekszinthibákat kialakító egyik fő oknak: a pályamerevség térbeli változásának.

A vágánygeometriai állapot pusztán geometriai vagy statisztikai leírása mellett tehát erősen indokolt a geometriai alakváltozások *okait* is vizsgálni. Zobory [2015]

megkülönbözteti a pálya-jármű rendszer gerjesztéséért felelős pályainhomogenitások **13. ábrán** illusztrált két típusát (merevségi inhomogenitás, geometriai inhomogenitás), melyek egyaránt fekszinthibaként jelentkeznek és függőleges csapágytokgyorsulásokat okoznak, különböző arányokban mindkettő mindenhol jelen van, eredetük mégis eltérő:



**13. ábra.** Fekszinthibák két típusa [Zobory, 2015]

- Az ábra bal oldalán felvázolt helyzetben a pálya merevsége két esetben is ugrásszerűen változik (pályaszerkezet-váltásnál, útátjárónál, híd elején stb.) és a hosszfekszint-geometria terheletlen helyzetben deformációmentes. Az áthaladó jármű hatására a pálya-jármű rendszerben csillapodó, rezgések ébrednek.
- Az ábra jobb oldalán felvázolt helyzetben a pálya merevsége állandó, de a hosszfekszint geometriája szabálytalan. Az áthaladó jármű gyorsulásai tükrözik a geometriai szabálytalanságokat.

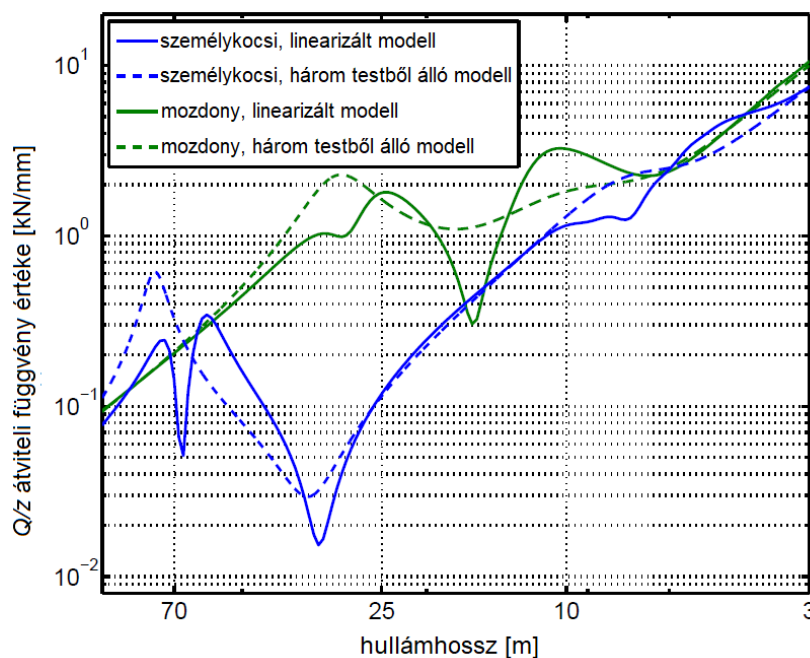
Megjegyzem, hogy napjaink optikai elvű vágánygeometriai mérőegységei nem a kerék-sín érintkezési pontban veszik fel a vágánygeometriát. Az FMK-007 mérőkocsi esetében a lézersugár által megvilágított sínkeresztmetszet és a kerék-sín érintkezési pont közötti távolság kb. 70 cm. Ez azt jelenti, hogy – elsősorban a **13. ábra** bal oldalán vázolt esetben – az optikai mérőrendszer a kerék alatt kialakulónál jelentősen kisebb fekszinthibákat érzékelhet, mint a kerék mozgásait közvetlenül regisztráló rendszer.

### 3.3.2.3 Rendszerszemléletű megközelítés

A rendszertechnikai jellegű modellek az irányítástechnikából ismert „rendszer” fogalmát, illetve a bemenet-kimenet fogalompárt alkalmazzák, melyek között az átviteli függvény teremt kapcsolatot. A legtöbb esetben lineáris időinvariáns rendszerrel találkozunk a szakirodalomban. Ahogy azt korábban bemutattam, a hárompontos húrmérés „rendszere” esetében a bemenet a valós pályaalak, a kimenet a mérési

regisztrátum (torzított pályaalak) volt. Jelen esetben a kimenet valamely járműreakció, ami elméletileg a rendszer bemeneteiből (pályagerjesztésekből és sebességből) a járművet reprezentáló átviteli függvény ismeretében egyértelműen áll elő.

Luber [2011] egyes járműtípusokra vonatkozó „reprezentatív” átviteli függvényeket határozott meg többtest-modellek segítségével, melyek a sebesség megadásával a pályafüggvényt a megfelelő járműreakció-függvénybe transzformálják. A pontos becsléshez azonban szükség lehet azonos járműtípus és sebesség esetében is eltérő átviteli függvények alkalmazására bizonyos műszaki paraméterek figyelembevételére: például a keresztirányú erők esetében a különböző egyenértékű kúposághoz különböző átviteli függvények definiálандók. Az ilyen átviteli függvények természetesen komplex értékűek, és a kimenet helyes becslésében az amplitúdók (14. ábra) mellett a fázisértékeknek is fontos szerepük van.



**14. ábra.** Függőleges kerék-sín kontakterők ( $Q$ ) és hosszfekszint ( $z$ ) közti empirikus átviteli függvények egy-egy személykocsi- és mozdonytípus esetén, különböző modellekkel [Luber, 2011]

### 3.3.2.4 Mesterséges intelligenciát alkalmazó eljárások

Napjainkban a mesterséges intelligencián alapuló alkalmazások robbanásszerű fejlődésének lehetünk tanúi, nem kivétel ez alól a vasút sem [Tang et al., 2022]. Az ilyen típusú módszerek kifejezetten alkalmasak olyan összetett, nemlineáris rendszerek

modellezésére, melyeknek belső összefüggései olyannyira bonyolultak, hogy analitikus úton nem írhatók le, azonban viselkedésük mégis tanulható. A vasúti pálya-jármű rendszer éppen ilyen, bár a mesterséges intelligencia alkalmazásának határt szabhatnak a korábbiakban említett kaotikus jelenségek, illetve a kisiklások ritka előfordulásából eredő adathiány. Számos kutatásban alkalmaztak neurális hálót vagy egyéb „soft computing”-jellegű megoldást a pálya-jármű rendszerre [Iwnicki et al., 1999; Li et al., 2006; Tsunashima, 2019], illetve a pálya geometriai romlására [Sadeghi és Askarinejad, 2012; Guler, 2014; Ma et al., 2019; Khajehei et al., 2022; Sresakoolchai és Kaewunruen, 2022].

### 3.4 A DINAMIKUS TÉNYEZŐ BECSLÉSEI

A pálya-jármű rendszerben a függőleges kerék-sín kontakterők várható értéke általában a statikus kerékterheléssel egyezik meg, azonban pillanatnyi értékük a fent említett sztochaszticitási források miatt a várható érték körül szórást mutat. A függőleges kerék-sín kontakterők statikus részéhez járuló, jobbára a vágánygeometriai szabálytalanságok által keltett, folyamatosan változó dinamikus többletének (illetve csökkenésének) becslésére a vasutak különböző empirikus, sebességfüggő dinamikus tényezőt alkalmaznak. A legismertebb ezek közül Eisenmann [1977] kísérletein alapul, mely szerint a dinamikus erő rész ( $Q_{din}$ ) értéke normáeloszlást követ, és annak szórása alapján a fellépő dinamikus erőváltozások előfordulási valószínűségei a normális eloszlás eloszlásfüggvénye alapján számíthatók. Az említett szórás nagyságára vonatkozó Eisenmann-féle számítási mód:

$$\sigma(Q_{din}) = Q_{stat} \delta \phi, \quad (31)$$

ahol  $Q_{stat}$  a nyugalmi függőleges kerékterhelés,  $\delta$  a pályaállapottól függő állandó, melynek értéke (3. táblázat)

- legalább 0,1;
- legfeljebb:
  - Eisenmann eredeti elgondolása alapján [Kerkápoly, 1990; Esveld, 2014]: 0,30;
  - a németországi központi szövetségi vasúti hivatal 1992-es felépítményszámítási útmutatójában [Deutsche Bahn, 1992; Nottbeck, 2016] közölt módosítás után: 0,25.

**3. táblázat.** Pályaállapottól függő állandó javasolt értékei Eisenmann dinamikus tényezőjének számításához [Nottbeck, 2016]

Vágányfekvés minősége		Vágánykategória	δ értéke
Eisenmann [1977] szerint	Deutsche Bahn [1992] szerint		
nagyon jó	nagyon jó	új és átépített szakaszok, fővonalak	0,10
—	mérsékelten jó	mellékvonalak, elővárosi vasutak	0,15
jó	rossz	egyéb, átmenő fővágányok	0,20
—	nagyon rossz	egyéb vágányok	0,25
rossz	—	—	0,30

A sebességtől függő  $\phi$  értéke

- 60 km/h alatt: 1,00;



- 60 km/h felett:
  - Eisenmann eredeti kísérletei alapján [Kerkápoly, 1990; Esveld, 2014] 200 km/h-ig, járműtípustól függetlenül:

$$\phi = 1 + \frac{v \left[ \frac{km}{h} \right]^{-60}}{140}; \tag{32}$$

- a németországi központi szövetségi vasúti hivatal 1992-es felépítményszámítási útmutatójában [Deutsche Bahn, 1992; Nottbeck, 2016; Steger, 2017] közölt módosítás után

- személyszállító vonatok esetén:

$$\phi = 1 + \frac{v \left[ \frac{km}{h} \right]^{-60}}{380}, \tag{33}$$

- tehervonatok esetén:

$$\phi = 1 + \frac{v \left[ \frac{km}{h} \right]^{-60}}{160}. \tag{34}$$

A fent bemutatott eljáráshoz képest számos egyszerűbb közelítő képlet is használatos [Naudé, 2005]. A dinamikus erő rész számítására vonatkozóan Gerber [2013] a következő, csak a *km/h* mértékegységben értelmezett *v* sebességtől függő közelítést javasolja:

$$Q_{din} = Q_{stat} \left( \frac{v}{300} \right)^2. \tag{35}$$

**4. táblázat.** Dinamikus tényező hagyományos számítási módszereiben használt változók

[Doyle, 1980; Van Dyk et al., 2017]

		Eisenmann	Talbot	Sadeghi	Clarke	ORE (Birmann)	Deutsche Bahn	British Railways	Indian Railways	South African Railways	Washingtoni metró	AREMA C30 (Amerikai Vasútmérnöki Egv.)
Jármű	Sebesség											
	Kerékátmérő											
	Statikus kerékteher											
	Rugózatlan tömeg											
	Jármű-tömegközéppont magassága											
	Járműállapot											
Vágány	<b>Vágányállapot</b>											
	Vágánymodulus											
	Vágánymerevség sínillesztésnél											
	Lehajlott sínvégek által bezárt szög											
	Túlemelési hiány ívekben											
	Ívsugar											

Különböző vasutaknál használatos, ill. kutatók által javasolt dinamikus tényezőre vonatkozó további közelítéseket gyűjtötték össze Van Dyk és társai [2017], a becslő képletekben szereplő változók sokféleségét a **4. táblázat** mutatja be. A táblázatból látható, hogy a pálya állapotát vagy a vágány rugalmassági modulusát a dinamikus erőket becslő modellek elvétve veszik figyelembe.

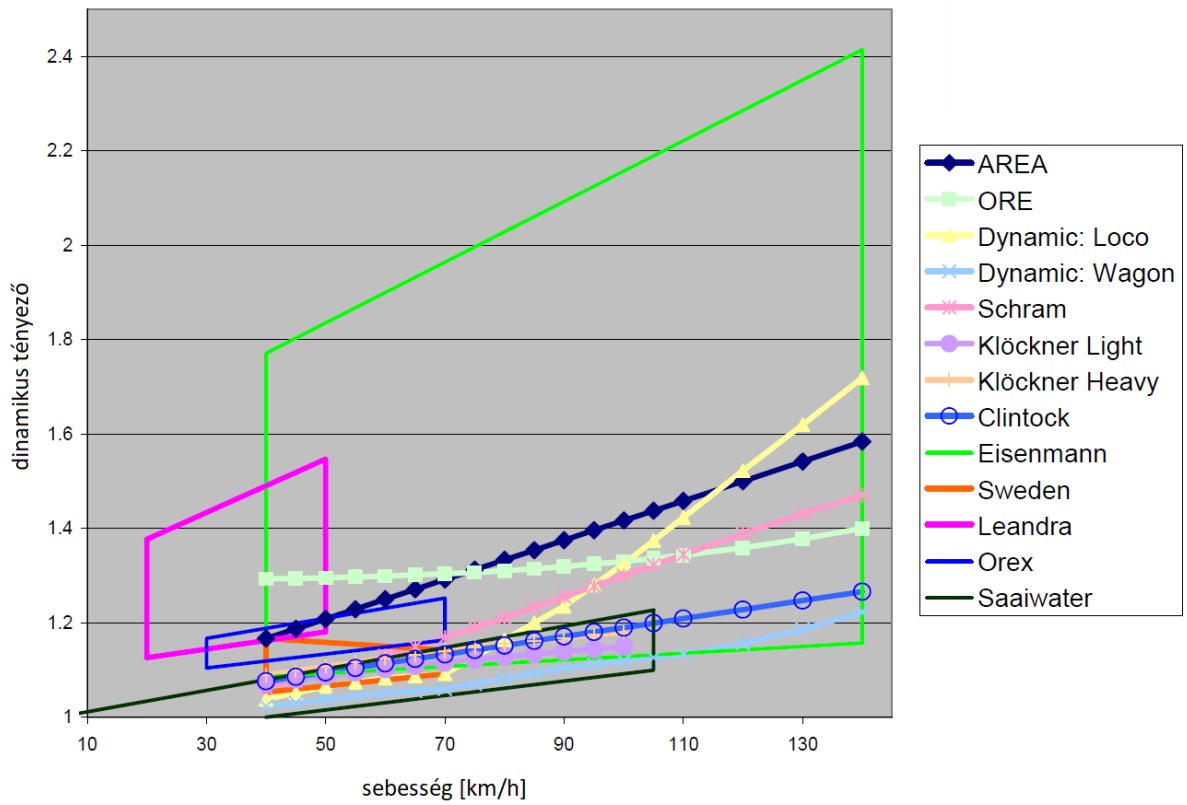
Normális eloszlást feltételezve – annak ismert sűrűségfüggvénye alapján – az adatok 99,73%-a várhatóan az átlaghoz képest háromszoros szóráson belül található. Ezért egy 0,135%-os *meghaladási valószínűségű* becslés a teljes függőleges kerék-sín kontakterő maximumára a következőképp számítható:

$$Q_{max} = Q_{stat} + 3 \sigma(Q_{din}). \quad (36)$$

Megjegyzem, hogy a fenti statisztikai megfontolásokkal a kontakterő 0,135%-os *megnem haladási* valószínűségű minimuma is adódik:

$$Q_{min} = Q_{stat} - 3 \sigma(Q_{din}), \quad (37)$$

ami az Eisenmann-féle (31) képletbe például 0,3-as pályaállapot-tényezőt és 100 km/h feletti sebességet behelyettesítve negatívvá válik. Ilyen eset a gyakorlatban nem fordulhat elő, hiszen a függőleges kerék-sín kontakterő megszűnése a kerék elemelkedéséhez és kisikláshoz vezetne. Ebből tehát arra lehet következtetni, hogy a pályaállapot-tényezők 0,25...0,3 értékei csak leromlott állapotú állomási mellékvágányok esetében reálisak, ahol a nagyobb sebességek valóban elképzelhetetlenek. Ezt erősíti meg a **3. táblázat** „vágánykategória” oszlopa is, valamint Naudé [2005] dinamikus tényezők lehetséges értékeit összevető diagramja (**15. ábra**).

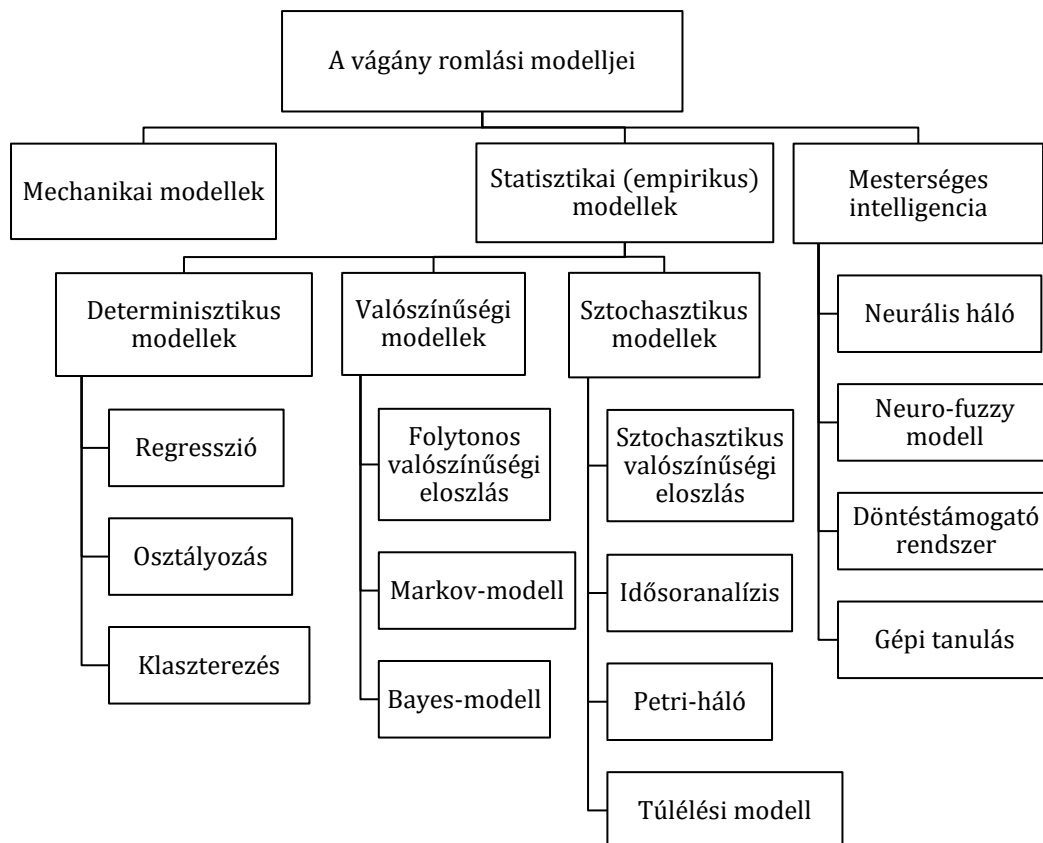


15. ábra. Dinamikus tényezőre vonatkozó becslési módszerek összevetése [Naudé, 2005]

### 3.5 A VÁGÁNYGEOMETRIAI ÁLLAPOT VÁLTOZÁSÁNAK MODELLTÍPUSAI

A pálya-jármű rendszer működése (vonatok elhaladása) során a vágánygeometriai entrópia növekszik: a vágánygeometriai alakváltozások keltette szabálytalan járműmozgások többleterői az alakváltozásokat fokozatosan tovább növelik. A vágánygeometriai méreteltérések, illetve az általános vágánygeometriai állapot aktuális pillanatban vett minősítése önmagában nem elegendő, az egyes hibák veszélyességének és a pályaállapot romlási trendjeinek időbeli alakulását is figyelni kell. A pálya pillanatnyi minőségét jellemző – bármilyen sokatmondó – szám a megfelelő időbeli romlási trend ismerete nélkül a pályáról nem ad megfelelő információt [Veit, 2015] a pályafenntartási szakemberek számára.

A romlási trendeket leíró modellezési eszközöket Falamarzi és társai [2019] a **16. ábrán** bemutatott csoportokba sorolták (egyes modellek több modelltypust is ötvözhetnek).



**16. ábra.** A vágány leromlását leíró modellek főbb típusai [Falamarzi et al., 2019]. Az ábrán feltüntetett egyes modelltypusok között átfedések vannak

A magyar szakirodalom által leggyakrabban tárgyalt általános (exponenciális) romláselmélet [Vaszary, 1998; Gáspár et al., 2011] egy transzformált szinuszfüggvény alakú pályaalakot és tömegpontoszerű járművet alkalmazó, energiaszemléletű modellen alapszik, amit a **14. ábra** „mechanikai modell” kategóriájába sorolhatunk.

A pályafenntartásban alkalmazott építési, fenntartási, beavatkozási mérettűrési rendszert rendszerint statisztikai (empirikus) elven határozzák meg, az adott geometriai méreteltérésre vonatkozó tapasztalati eloszlásgörbék konvencionálisan megválasztott percentiliseihez kapcsolódóan [MÁV KfV, 2008].

## 4 A HOSSZFEKSZINT ÉS IRÁNY MÉRÉSI EREDMÉNYEINEK TORZÍTÁSAI

### 4.1 HIPOTÉZISEK

A 4. főfejezetben ismertetett kutatás az 1. fejezetben leírt motivációim figyelembevételével az alábbi hipotézisek bizonyítására irányult.

#### 4.1.1 I. hipotézis

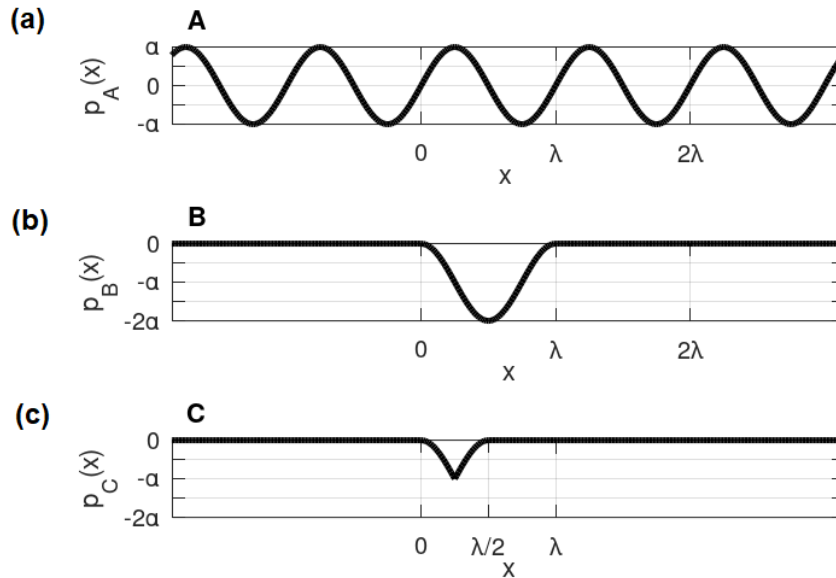
- A periodikusan ismétlődő geometriai méreteltérések és a más geometriai alakváltozásoktól távol eső lokális geometriai méreteltérések hárompontos húrmérési regisztrátumban megjelenő amplitúdótorzítása lényegesen különbözik egymástól.
- A hárompontos aszimmetrikus húrmérés átviteli függvényének zérushelyeire (azaz a torzításmentesítéssel sem korrigálható pályahibák hullámhosszaira) általános képlet adható.

#### 4.1.2 II-III. hipotézis

- A más geometriai alakváltozásoktól távol eső lokális geometriai hibákat leíró adatsorok szabványos, D1 és D2 hullámhossz-tartományokra történő sáváteresztő szűrésének jelentős amplitúdótorzító hatása van.
- Az amplitúdótorzítás ellenére azonban a szűrt adatsorok alkalmazhatók a pályahibák által okozott, kisiklásokban szerepet játszó kerék-sín többleterők és a pálya- illetve járműavulást okozó többletigénybevételek modellezésére.

## 4.2 VIZSGÁLT REFERENCIA-HIBAALAKOK

A kutatásom során az **17. ábrán** látható *A*, *B*, és *C* jelű referencia-hibaalakokat vizsgáltam, melyeknek mindenkor hossza  $\lambda$ , ábráról leolvasható amplitúdója  $\alpha$  (illetve a *B* jelű hiba esetén  $2\alpha$ ).



**17. ábra.** Vizsgált referencia-hibaalakok

Az *A* jelű periodikus szinuszos pályaalak (**17a ábra**) matematikailag egyszerű, és Fourier-sora nem végtelen (akár egyetlen tagból állhat) ezért alkalmas az egyes mérőrendszerek átviteli függvényének szemléletes vizsgálatához. A gyakorlatban ilyen periodikus hibaalak a vágánygeometriai hibák hullámhossz-tartományában (2-3 méteres hullámhossz felett) nem jellemző, bár érdemes megemlíteni, hogy a szakirodalomban előforduló, és egyes országokban céltottan vizsgált ‘cyclic top’ nevű hosszfekszint-hibatípus [MSZ EN 13848-1; Farkas, 2020], ilyen alakot ölt. Az *A* jelű referencia-hibaalak egyenletét (**17a ábra**) a *következőképpen* határoztam meg:

$$p_A(x) = \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right). \quad (38)$$

A *B* jelű referencia-hibaalakot (**17b ábra**) az értelmezési tartomány három részre osztása útján a

$$p_B(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x < 0 \\ \alpha \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) - \alpha & , \text{ ha } 0 \leq x \leq \lambda \\ 0 & , \text{ ha } \lambda < x \end{cases} \quad (39)$$

hozzárendelési szabállyal határoztam meg. Ez az alak a gyakorlatban előforduló lokális vágánygeometriai hibákat jól közelíti [Li et al., 2012].

Mivel ez a függvény nem periodikus, a matematikai analízis eszközeivel nehezebben kezelhető, mint az  $A$  jelű hibaalakot leíró periodikus függvény.

Az elverődött hevederes sínillesztések, illetve avult hegesztések egymással szöget bezáró sínvégeinek – melyekre az [MSZ EN 13848-1] szabvány is utal – modellezésére alkottam meg a  $C$  típusú referencia-hibaalakot. A függvény két koszinuszdarabból épül fel úgy, hogy a legmélyebb ponton csúcsot képezzenek. A későbbi matematikai feldolgozás érdekében – hogy differenciálhatóvá tegyem – a csúcspontot egy differenciálisan kicsiny,  $\epsilon\lambda/2$  hosszúságú fél koszinusz hullámmal helyettesítettem, mely illeszkedik a szomszédos függvénydarabokhoz. A  $C$  jelű referencia-hibaalak (**17c ábra**) hozzárendelési szabálya – a függvény értelmezési tartományának öt részre osztásával – tehát:

$$p_C(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ha } x < 0 \\ \alpha \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) - \alpha & , \text{ha } 0 \leq x < \frac{\lambda}{4} - \frac{\epsilon\lambda}{4} \\ -\epsilon \alpha \cos\left[\frac{2\pi}{\epsilon\lambda}\left(x - \frac{\lambda}{4}\right)\right] - \alpha & , \text{ha } \frac{\lambda}{4} - \frac{\epsilon\lambda}{4} \leq x < \frac{\lambda}{4} + \frac{\epsilon\lambda}{4} \\ -\alpha \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) - \alpha & , \text{ha } \frac{\lambda}{4} + \frac{\epsilon\lambda}{4} < x \leq \frac{\lambda}{2} \\ 0 & , \text{ha } \frac{\lambda}{2} < x \end{cases} \quad (40)$$

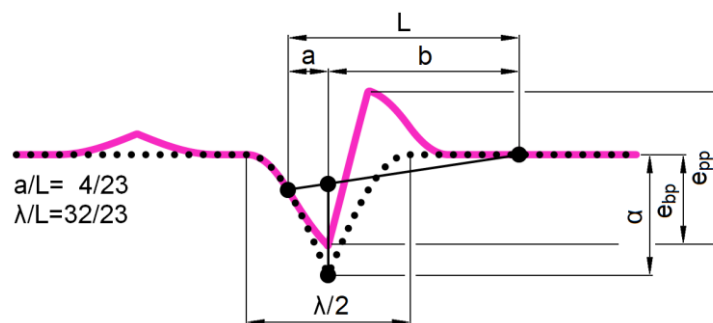
ahol  $\epsilon$  értéke infinitezimálisan kicsi.



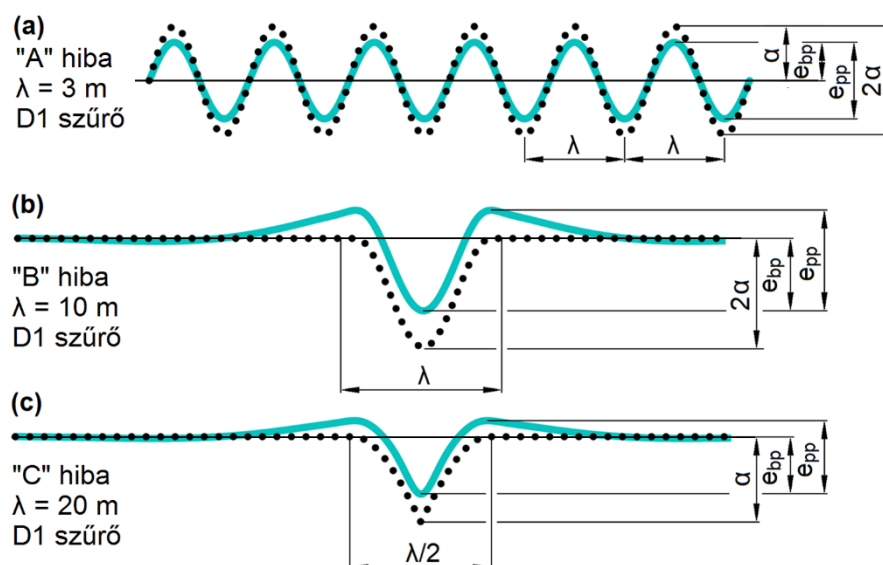
## 4.3 A TORZÍTÁS VIZSGÁLATI MÓDJAI

### 4.3.1 „Alapvonaltól csúcsig” és „csúcstól csúcsig” típusú értékelés

A hosszfekszint és irány mérési eredményeinek egyszerű módja az ún. „alapvonaltól csúcsig” típusú értékelés, ami a nullvonalhoz viszonyított lokális minimumokat és maximumokat jegyzi fel. Az Európai Unióban hatályos jogszabály [EU 1299/2014], mely az átjárhatósági műszaki előírások infrastruktúrára vonatkozó része, ezt a módszert teszi kötelezővé a lokális hibákon végzendő azonnali beavatkozások szükségességének eldöntéséhez. A valós, geodéziai módszerekkel mérhető „alapvonaltól csúcsig” értékek a 17. ábráról könnyen leolvashatók: az  $A$  jelű hibaalaknál a nullvonalhoz képesti legnagyobb pozitív és negatív irányú kitérések értékei  $\pm\alpha$ ,  $B$  típusú hibaalaknál a hibanagyságot meghatározó minimumérték  $-2\alpha$ , a  $C$  típusúnál pedig  $-\alpha$ .



**18. ábra.** Példa a húrmérési regisztrátumra a  $C$  jelű referencia-hibaalakon. Az eredeti pályaalakot fekete pontozott vonal, a bal oldalon hosszarányaival megadott méretű aszimmetrikus hűrt fekete folyamos vonal, a mérési eredményt bíborszínű vonal jelöli



**19. ábra.** Példa a szabványos D1 hullámhossz-tartományra szűrés (kékeszöld) eredményére A, B, C jelű hibaalakok esetében (fekete pontozott vonalak)

A hosszfekszint és irány mérési eredményeinek másik, hazánkban használatos kiértékelési módja a „csúcstól csúcsig” értékelő módszer. Ez az eljárás az egymást követő, ellentétes előjelű lokális szélsőértékek közti abszolút különbséget veszi figyelembe a mérési regisztrátumban mint függvényben. Referencia-hibaalakjaim esetében a valós „csúcstól csúcsig” értékek a **17. ábra** szerint a következők: az A és B jelű hibaalakok függvényeinél a legkisebb és legnagyobb függvényértékek közti abszolút különbség egyaránt  $2\alpha$ , a C jelű hibaalaknál pedig  $\alpha$ . A **19a** és **22. ábrák** jelöléseit alkalmazva az A jelű periodikus referencia-hibaalakon „alaponatól csúcsig” értelmezett  $K_{bp}$  és „csúcstól csúcsig” értelmezett  $K_{pp}$  amplitúdótorzítási tényezők a következők:

$$K_{A,bp} = K_{A,pp} = \frac{e_{bp}}{\alpha} = \frac{e_{pp}}{2\alpha} = K_A ; \quad (41)$$

a B jelű, lokális hibát modellező referencia-hibaalak esetében – figyelembe véve a **19b** és **23. ábrák** jelöléseit – az „alaponatól csúcsig” értelmezett  $K_{bp}$  és „csúcstól csúcsig” értelmezett  $K_{pp}$  amplitúdótorzítási tényezők a következők:

$$K_{B,bp} = \frac{e_{bp}}{2\alpha} , \quad (42)$$

$$K_{B,pp} = \frac{e_{pp}}{2\alpha} ; \quad (43)$$

a C jelű referencia-hibaalaknál ugyanígy, a **18.** és **19c ábrák** figyelembevételével a számítható torzítások:

$$K_{C,bp} = \frac{e_{bp}}{\alpha} , \quad (44)$$

$$K_{C,pp} = \frac{e_{pp}}{\alpha} . \quad (45)$$

További grafikus példákat az M1 mellékletben mutatok be (**M1.1.-M1.16. ábrák**). A húrmérések értékelése során az ívek és átmenetiívek szűrésére gyakran alkalmazott mozgóátlagolás (a MÁV-nál napjainkban a 40 méteres mozgóátlag rendszeresített) nem képezte vizsgálatom részét.

### 4.3.2 Hibacsúcs helyének eltolódása

Kutatásomban a hibacsúcsnak a mérési regisztrátumban található sínszállal ( $x$  tengellyel) párhuzamos eltolódását (fázistorzítást, fáziseltolódást)  $\Phi$ -vel jelöltem. A  $\Phi$  értéke a pályahibák **17. ábrán** feltüntetett  $\lambda$  hullámhosszát alapul véve radiánban értendő, és azt fejezi ki, hogy az  $e$  eredményfüggvény szélsőértéke az eredeti  $p$

pályafüggvény megfelelő szélsőértéhez képest mennyivel tolódott el az  $x$  tengely mentén mérve:

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} [x(p_{min}) - x(e_{min})]. \quad (46)^7$$

A 22. és 23. ábrák példákat mutatnak az  $A$  és  $B$  jelű referencia-hibaalakok  $\Phi$  fáziseltolódására. Megjegyzem, hogy fázistorzítást a szakirodalom [Lichtberger, 2005] csak a periodikus pályafüggvény ( $A$  jelű referencia-hibaalak) esetében tárgyalja, lokális hibákra ( $B$ ,  $C$  jelű referencia-hibaalakok) való kiterjesztése e kutatás újszerű megközelítésmódjának tekinthető.

### 4.3.3 Elméleti függőleges többleterő

Kiindulva abból, hogy a vágánygeometriai mérések elvégzésének célja a pályán haladó járművek biztonságos közlekedési feltételeinek ellenőrzése, a siklásbiztonság – vagyis a kerék-sín kontakterők függőleges és keresztirányú komponenseinek aránya – szerepe kulcsfontosságú. Ahogy azt a 3.1.2 fejezetben bemutattam, a rugózatlan gördülő tömegeből származó függőleges kerék-sín kontakterők a hosszfekszintnek mint függvénynek a második deriváltjától függenek. A keresztirányú erők és az irány paraméter kapcsolatára ez nem igaz, mivel a kerékpár keresztirányú mozgásai a nyomjátékon belül eltérhetnek a sínszálak irányviszonyaitól (jó példa erre az instabil futás jelensége [Ágh, 2012; Ágh, 2017]). Amennyiben az  $m$  tömegű merev kerék a  $p$  függőleges pályafüggvényt (hosszfekszintet) követi, akkor a sínszál és a kerék között fellépő, nyugalmi súlytól vett eltérést kifejező  $F_z$  elméleti többleterő nagysága:

$$F_z = m a_z = m \frac{dv_z}{dt} = m \frac{d\left(\frac{dz}{dt}\right)}{dt} = m \frac{d^2z}{dt^2} = m \frac{d^2p}{dt^2}, \quad (47)$$

ahol  $v_z$  és  $a_z$  a kerék függőleges sebessége és gyorsulása,  $t$  az idő. Ha  $dx$  a kerék által a sínszál mentén megtett differenciálisan kicsiny  $dt$  idő alatt megtett út, továbbá  $dp$  a kerék által a függőleges irányban létrejött eltolódás a differenciálisan kicsiny  $dt$  idő alatt, akkor a következő összefüggéseket írhatjuk fel:

$$dt = \frac{dx}{v_x} = \frac{dp}{v_z}, \quad (48)$$

ahol  $v_x$  a kerék vízszintes, pályairányú haladási sebessége. Az így nyert összefüggéseket a (47) egyenletbe helyettesítve és  $v_x$  sebességet konstansnak feltételezve a következőt kapjuk:

<sup>7</sup> A korábban publikált [Ágh, 2021a] folyóiratciksemben a képletből a szögletes zárójelpár tévesen lemaradt.

$$F_z = m \frac{d^2 p}{dt^2} = m \frac{d\left(\frac{dp}{dt}\right)}{dt} = m \frac{d\left(v_x \frac{dp}{dx}\right)}{\frac{dx}{v_x}} = m v_x^2 \frac{d\left(\frac{dp}{dx}\right)}{dx} = m v_x^2 \frac{d^2 p}{dx^2}. \quad (49)$$

Az  $F_z$  negatív értékei a pálya tehermentesülését jelentik (a kereket és sínt nyugalmi helyzetben összeszorító *súlyerő* mértékéig). Numerikus számításaim során a második differenciálhányadost a numerikus szimulációs eljárásokban általánosan alkalmazott

$$\frac{d^2 p}{dx^2} \approx p'' = \frac{p(x-\Delta x) - 2p(x) + p(x+\Delta x)}{\Delta x^2} \quad (50)$$

második differenciáhányadossal helyettesítettem, ahol  $\Delta x$  értéke a vágánygeometriai gyakorlatban általánosan alkalmazott mintavételi távolság: 0,25 m. A numerikus másodrendű deriválások eredményére három példát – a referencia-hibaalakokra vonatkozóan – a **29. ábrán** látható  $(p_A)''$ ,  $(p_B)''$  és  $(p_C)''$  függvények mutatnak.

A (38) egyenletet (49) egyenletbe helyettesítve az  $A$  referencia-hibaalakon kialakuló elméleti függőleges többleterő a következőképp alakul a hiba hossza mentén:

$$F_{z,A}(x) = -m \frac{4\pi^2}{\lambda^2} v_x^2 \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right). \quad (51)$$

Ugyanígy, de (39) egyenlet felhasználásával a  $B$  referencia-hibaalakra kapjuk:

$$F_{z,B}(x) = \begin{cases} -m \frac{4\pi^2}{\lambda^2} v_x^2 \alpha \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right), & \text{ha } 0 \leq x \leq \lambda \\ 0, & \text{ha } x < 0 \text{ vagy } \lambda < x \end{cases}. \quad (52)$$

A  $C$  referencia-hibaalak  $x=\lambda/4$  pontjában (az elverődött sínvégek találkozásánál) a kerék pillanatnyi függőleges sebessége a (40) egyenlet egyszeres deriváltjába behelyettesítéssel számolható:

$$v_{z,C}\left(\frac{\lambda}{4}\right) = \frac{dp_C\left(\frac{\lambda}{4}\right)}{dx} v_x = \frac{2\pi v_x \alpha}{\lambda} \sin\left[\frac{2\pi}{\epsilon\lambda}\left(\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4}\right)\right] = 0, \quad (53)$$

és értéke nem meglepő módon zérus. Ugyanebben a pontban az elméleti függőleges többleterő nagyságára kapjuk:

$$F_{z,C}\left(\frac{\lambda}{4}\right) = m \frac{d^2 p_C\left(\frac{\lambda}{4}\right)}{dx^2} v_x^2 = m \frac{4\pi^2 v_x^2 \alpha}{\epsilon\lambda^2} \cos\left[\frac{2\pi}{\epsilon\lambda}\left(\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4}\right)\right], \quad (54)$$

ami minden határon túlmenően nagy (matematikai értelemben nem korlátos), hiszen

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[ F_{z,C}\left(\frac{\lambda}{4}\right) \right] = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\epsilon} \right) = \infty. \quad (55)$$

Az elméleti függőleges többleterő maximuma – mint az ide vonatkozó későbbi torzításszámítás alapja – az  $A$  referencia-hibaalak ( $F_{z,A,max}$ ) és  $B$  referencia-hibaalak ( $F_{z,B,max}$ ) esetén rendre az (51) és (52) függvények maximumértéke. Mivel a  $C$  referencia-hibaalak esetében a nem korlátos (korlátlanul nagy) erőhöz nem lehet

viszonyítani, az ide vonatkozó  $F_{z,c,max}$  erőmaximumot a (49) egyenletnek megfelelően, de diszkretizáció után a következő módon számítottam:

$$F_{z,max} = m v_x^2 \max(p''), \quad (56)$$

ahol  $p''$  értékeit az (50) egyenlet határozza meg, mégpedig  $\Delta x = 0,25 \text{ m}$  diszkretizációs lépésközzel.

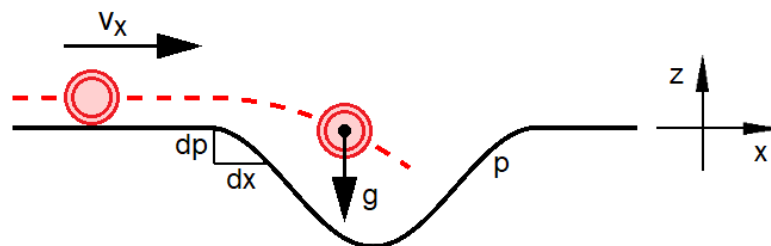
#### 4.3.4 Elméleti elemelkedési sebesség

Amikor a fent levezetett  $F_z$  elméleti többleterő negatív, és nagysága megegyezik a kerék nyugalmi súlyával, a kerék elhagyja a sínt (20. ábra). Az „elemelkedés” nem feltétlenül jelent felemelkedést, hanem azt, hogy a kerék nem futja be a hosszfekszint-deformációval terhelt sínkoronavonalat. Az ilyen kerék-tehermentesülések potenciális kisiklásveszélyt jelentenek, mivel ilyen állapotban egy csekély keresztirányú erő is letérítheti a kereket a sínről. Alapesetben a kerékre ható nehézségi erőt teljes egészében a sínről átadódó keréktalpi támaszerő ellensúlyozza. Vágánygeometriai hibán történő áthaladások egyes szakaszain az  $a_z$  függőleges irányú kerékgyorsulás csökkenti a kerék súlyát. A jelen értekezés szerinti *elméleti* elemelkedési határhelyzetben, amikor a szabadon futó, merev kerék és a sín közt megszűnik a függőleges erőkapcsolat, az alábbi egyenlet teljesül:

$$m g - m a_z = 0, \quad (57)$$

ahol  $g$  a nehézségi gyorsulás, melynek magyarországi értéke  $9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . A (49) egyenlet behelyettesítésével kapjuk, hogy egy ismert alakú hiba teljes hosszára vonatkozóan a kerék  $v_{x,lift}$  kritikus sebességét – amikor a legkedvezőtlenebb pontban a támaszerő éppen megszűnik – a pályahibát leíró hosszfekszintfüggvény út szerinti második deriváltjának negatív szélsőértéke határozza meg:

$$v_{x,lift} = \sqrt{\frac{g}{\min\left(\frac{d^2p}{dx^2}\right)}}. \quad (58)$$



20. ábra. Szabadon gördülő kerék elemelkedése egy hosszfekszinthibánál

Meg kell jegyezni, hogy a fenti elméleti elemelkedési sebesség többszörösen egyszerűsített modellre vonatkozik. A hosszfekszint nagyobb hibáinak igen nagy része az ágyazási tényező pálya menti hirtelen megváltozásából ered, és csak terhelés alatt jelentkezik (vaksüppedés), ilyen esetben a fenti elméleti elemelkedési sebesség nem értelmezhető. Ugyancsak nem veszi figyelembe a modell azt, hogy a vasúti járművek kerekei nem függetlenek a forgóvázaktól, kocsiszekrénytől, és a rugók segítenek a kerék sínen tartásában, ezáltal a biztonságot növelik az elemelkedéssel szemben (bár a lengéscsillapítás ezt a kedvező hatást csökkentheti). Az általam vizsgált elemelkedési sebesség tehát gyakorlati számításokra csak közelítésként alkalmazható, de támpontot adhat az egyes pályahibaalakok minősítéséhez, illetve a vágánygeometriai adatsorokon végzett sáváteresztő szűrések torzításának vizsgálatához.

A (38)–(40) egyenletek második deriváltjainak minimalizálásával és (58) egyenletbe helyettesítéssel mindhárom ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ) referencia-hibaalakhoz azonos elméleti elemelkedési sebességtartományt kaptam. Az elméleti elemelkedés feltétele, hogy a kerék pályairányú (vízszintes)  $v_x$  sebessége nagyobb legyen a kritikus ponton (a második derivált minimumhelyén) számított alábbi elméleti elemelkedési sebességnél:

$$v_{x,lift,A} = v_{x,lift,B} = v_{x,lift,C} = \frac{\sqrt{g} \lambda}{2\pi \sqrt{\alpha}} . \quad (59)$$

### 4.3.5 Elméleti igénybevételi impulzus

A fentiekben tárgyalt elméleti többleterőt és elméleti elemelkedési sebességet a pálya aktuális forgalombiztonsági állapotával, a kisiklással szembeni biztonsággal hoztam kapcsolatba. Kitekintve a vasúti pályafenntartás hosszabb távú, megelőző jellegű feladataira, érdemes kitérni a pálya fokozatos geometriai avulását okozó általánosabb igénybevételekre, és a fellépő többleterőket nem pusztán adott pályahibán vett maximális értékükkel, hanem az impulzustételből ismert teljes erőlkésként vizsgálni. A pályára a pályahibából adódó, lefelé ható többleterőkkel terhelt szakaszáról származó teljes  $J$  elméleti igénybevételi impulzusváltozást a korábbi alfejezetekben alkalmazott állandó vízszintes irányú sebességgel haladó merev kerék feltételezésével a következőképp definiáltam:

$$J = \int_{t_1}^{t_2} F_z dt = m \int_{t_1}^{t_2} \frac{d^2 p}{dt^2} dt , \quad (60)$$

majd alkalmazva a Newton–Leibniz-tételt és a fent kapott (48) összefüggést:

$$J = m \left\{ \left[ \frac{dp}{dt} \right]_{t_2} - \left[ \frac{dp}{dt} \right]_{t_1} \right\} = m v_z(t_2) - m v_z(t_1) = m v_x \left\{ \left[ \frac{dp}{dx} \right]_{x_2} - \left[ \frac{dp}{dx} \right]_{x_1} \right\} \quad (61)$$

egyenletet kaptam. Észrevehetjük, hogy a vizsgálataim szerinti elméleti igénybevételi impulzusváltozás a pályafüggvény első deriváltjának változásától függ, ami a kerék függőleges irányú sebességváltozásának felel meg. A fent bemutatott referencia-hibaalakokon való áthaladásra levezethető  $v_z$  függőleges irányú sebességfüggvények a következők:

$$v_{z,A} = \frac{dp_A}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{2\pi\alpha v_x}{\lambda} \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \quad (62)$$

$$v_{z,B} = \frac{dp_B}{dx} \frac{dx}{dt} = -\frac{2\pi\alpha v_x}{\lambda} \sin \frac{2\pi}{\lambda} x, \text{ ha } 0 \leq x \leq \lambda \quad (63)$$

$$v_{z,C} = \begin{cases} -\frac{2\pi\alpha v_x}{\lambda} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right), & \text{ha } 0 \leq x < \frac{\lambda}{4} - \frac{\epsilon\lambda}{4} \\ \frac{2\pi\alpha v_x}{\lambda} \sin\left[\frac{2\pi}{\epsilon\lambda}\left(x - \frac{\lambda}{4}\right)\right], & \text{ha } \frac{\lambda}{4} - \frac{\epsilon\lambda}{4} \leq x < \frac{\lambda}{4} + \frac{\epsilon\lambda}{4}, \\ \frac{2\pi\alpha v_x}{\lambda} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right), & \text{ha } \frac{\lambda}{4} + \frac{\epsilon\lambda}{4} < x \leq \frac{\lambda}{2} \end{cases} \quad (64)$$

ahol  $\epsilon$  infinitezimálisan kicsi.

Megjegyzem, hogy a (62) egyenlet Vaszary Pál munkájában is megtalálható [Vaszary et al., 1986]. Numerikus szimulációk esetén az első deriváltat a szokott módon helyettesítettem:

$$\frac{dp}{dx} \approx p' = \frac{p(x) - p(x - \Delta x)}{\Delta x}, \quad (65)$$

ahol  $\Delta x$  mintavételi lépésköz értéke 0,25 m. A numerikus deriválások eredményére három példát – a referencia-hibaalakokra vonatkozóan – a **29. ábrán** látható  $(p_A)'$ ,  $(p_B)'$  és  $(p_C)'$  függvények mutatnak.

A referencia-hibaalakokon történő kerékáthaladás közben a pályát érő elméleti igénybevételi impulzust (mint erőlökést) mindig a függőleges irányú  $v_z$  keréksebesség maximum- és minimumhelye közti szakaszon vettem figyelembe, mivel a kerék impulzusváltozását ezen a szakaszon a pályáról átadódó elméleti függőleges többleterő okozza. A (61)–(64) egyenletek alapján ezek a következők:

$$J_A = mv_{z,A}(x=\lambda) - mv_{z,A}\left(x=\frac{\lambda}{2}\right) = \frac{4\pi m\alpha v_x}{\lambda}, \quad (66)$$

$$J_B = mv_{z,B}\left(x=\frac{3\lambda}{4}\right) - mv_{z,B}\left(x=\frac{\lambda}{4}\right) = \frac{4\pi m\alpha v_x}{\lambda}, \quad (67)$$

$$J_C = mv_{z,C}\left(x=\frac{\lambda}{4} + \frac{\epsilon\lambda}{4}\right) - mv_{z,C}\left(x=\frac{\lambda}{4} - \frac{\epsilon\lambda}{4}\right) = \frac{4\pi m\alpha v_x}{\lambda}, \quad (68)$$

vagyis nagyságuk mindhárom referencia-hibaalak esetében azonos, és a pályairányú sebességgel egyenesen arányos.

### 4.3.6 Elméleti igénybevételi energia

Az erő és az impulzus modellezésének mintáját követve megvizsgáltam a pálya avulásával szintén összefüggésbe hozható [Vaszary et al., 1986] elméleti igénybevételi energiát. A pályahibán áthaladó kerék függőleges irányú mozgásienergia-változásból eredő, pályával közölt  $\Delta E_k$  kinetikus energiáját a munkatétel alapján a következőképp számítottam:

$$W = \Delta E_{kin} = \int_{z_1}^{z_2} F_z dz = \int_{p_1}^{p_2} F_z dp. \quad (69)$$

A (49) egyenletbe helyettesítve, továbbra is állandó vízszintes sebességet feltételezve:

$$W = m v_x^2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{d^2 p}{dx^2} dp. \quad (70)$$

A függőleges tengely menti integrálás vízszintes tengely menti integrálással a következőképp helyettesíthető:

$$W = m v_x^2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{d^2 p}{dx^2} \frac{dp}{dx} dx = m v_x^2 \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{d^2 p}{dx^2} \frac{dp}{dx} \right) dx. \quad (71)$$

Az integrálás elvégzéséhez alkalmas primitív függvény és deriváltja a következő:

$$\frac{d\left(\frac{dp}{dx}\right)^2}{dx} = \frac{d^2 p}{dx^2} \frac{dp}{dx} + \frac{dp}{dx} \frac{d^2 p}{dx^2} = 2 \frac{d^2 p}{dx^2} \frac{dp}{dx}. \quad (72)$$

Ezt megfelelő módon behelyettesítve, a Newton–Leibniz-formulát alkalmazva a

$$W = \frac{m v_x^2}{2} \left\{ \left[ \left( \frac{dp}{dx} \right)^2 \right]_{x_2} - \left[ \left( \frac{dp}{dx} \right)^2 \right]_{x_1} \right\} \quad (73)$$

egyenlet adódik, ami a (48) összefüggés figyelembevételével így írható fel:

$$W = \frac{m}{2} [v_z^2(x_2) - v_z^2(x_1)]. \quad (74)$$

Megállapítható, hogy a fent definiált elméleti igénybevételi energia a kerék függőleges sebességének változásától függ (négyzetesen), amit a hosszfekszint első deriváltja határoz meg.

Numerikus szimulációim során a diszkrét mérési eredményekből az első deriváltat az elméleti igénybevételi impulzusnál ismertetett módon számítottam. A részletes eredményeket a 4.5.2.5 fejezetben ismertetem.

A referencia-hibaalakokon történő kerékáthaladás közben a pályával közölt elméleti igénybevételi energiát (mint fizikai értelemben vett munkát) mindig a függőleges irányú keréksebesség négyzetének ( $v_z^2$ ) maximum- és minimumhelye közti szakaszon vettem figyelembe – Vaszarytól [Vaszary et al., 1986] eltérően –, mivel a kerék függőleges mozgásienergia-növekedését ezen a szakaszon a pályáról átadódó elméleti függőleges többleterő okozza. A (62)–(64), ill. (74) egyenletek alapján ezek a következők:



$$W_A = \frac{m}{2} \left[ v_{z,A}^2(x=\lambda) - v_{z,A}^2\left(x=\frac{3\lambda}{4}\right) \right] = \frac{2\pi^2 m \alpha^2 v_x^2}{\lambda^2}, \quad (75)$$

$$W_B = \frac{m}{2} \left[ v_{z,B}^2\left(x=\frac{3\lambda}{4}\right) - v_{z,B}^2\left(x=\frac{\lambda}{2}\right) \right] = \frac{2\pi^2 m \alpha^2 v_x^2}{\lambda^2}, \quad (76)$$

$$W_C = \frac{m}{2} \left[ v_{z,C}^2\left(x=\frac{\lambda}{4} + \frac{\epsilon\lambda}{4}\right) - v_{z,C}^2\left(x=\frac{\lambda}{4}\right) \right] = \frac{2\pi^2 m \alpha^2 v_x^2}{\lambda^2}, \quad (77)$$

vagyis nagyságuk mindhárom referencia-hibaalak esetében azonos.

## 4.4 A HÚRMÉRÉS TORZÍTÓ HATÁSA

### 4.4.1 Húrmérési eredményfüggvények analitikus vizsgálata

#### 4.4.1.1 Az $A$ jelű referencia-hibaalak vizsgálata

Az  $A$  jelű referencia-hibaalak torzulásának vizsgálatához az eredményfüggvény megfelelő alakra hozására volt szükségem, a következőkben bemutatom ennek lépéseit.

A (38) egyenlet (3) egyenletbe helyettesítésével kapjuk:

$$e_A(x) = \alpha \left[ \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) - \frac{b}{L} \sin\left(\frac{2\pi(x-a)}{\lambda}\right) - \frac{a}{L} \sin\left(\frac{2\pi(x+b)}{\lambda}\right) \right]. \quad (78)$$

Átalakítások után a (78) egyenletet a következő formában írtam fel:

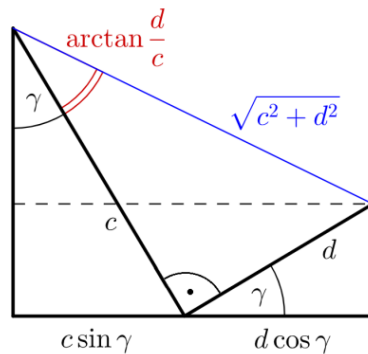
$$e_A(x) = \alpha [c_A \sin(\gamma) + d_A \cos(\gamma)], \quad (79)$$

ahol

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} x, \quad (80)$$

$$c_A = 1 - \frac{a}{L} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} b\right) - \frac{b}{L} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} a\right), \quad (81)$$

$$d_A = \frac{b}{L} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} a\right) - \frac{a}{L} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} b\right). \quad (82)$$

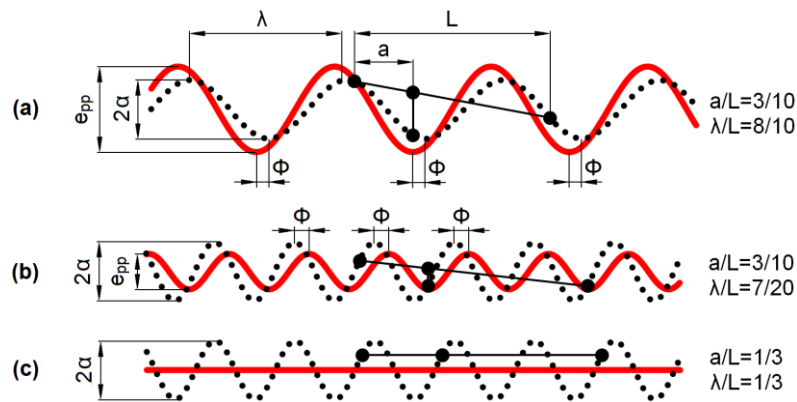


**21. ábra.** Grafikus magyarázat a (79) egyenletet (83) egyenletbe vezető kevésbé ismert összefüggéshez

Számításaim során észrevettem, hogy a (79) egyenlet egy fázort ír le. Villamosmérnöki szakterületen általánosan ismert, hogy több fázor összege szintén egy fázor. A 21. ábrán látható  $[c \sin(\gamma) + d \cos(\gamma)]$  befogóval szemben  $\left[\gamma + \arctan\frac{d}{c}\right]$  szögű és  $\sqrt{c^2 + d^2}$  átfogójú, derékszögű háromszöggel szemléltetett azonosság alkalmazásával a (79) egyenletet a következő alakra hoztam:

$$\begin{aligned}
 e_A(x) &= \alpha \sqrt{c_A^2 + d_A^2} \sin\left(\gamma + \arctan \frac{d_A}{c_A}\right) = \\
 &= \alpha \sqrt{\left[\frac{L - a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}b\right) - b \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\right)}{L}\right]^2 + \left[\frac{b \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\right) - a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}b\right)}{L}\right]^2} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}x + \right. \\
 &+ \left. \arctan \frac{b \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\right) - a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}b\right)}{L - a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}b\right) - b \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\right)}\right]. \tag{83}
 \end{aligned}$$

Ezt az egyenletet – mint az  $A$  referencia-hibaalak mérési regisztrátumát leíró egyenletet – összevetve az  $A$  referencia-hibaalak eredeti (38) egyenletével, már világosan kitűnik a szinusz szorzójaként megjelenő amplitúdótorzítás, illetve a szinusz argumentumában megjelenő fázistorzítás.



**22. ábra.** Példa amplitúdónövekedésre (a), amplitúdócsökkenésre (b) és amplitúdóeltűnésre (c) az  $A$  jelű referencia-hibaalakon. Az eredeti pályaalakot fekete pontozott vonal, a jobb oldalon jelölt méretű aszimmetrikus húrokat fekete folyamatos vonal, a mérési eredményt piros vonal jelöli

A **22. ábra** az  $A$  jelű hibaalak fenti egyenletek alapján szimulált mérési eredményeire mutat példákat. A **22a ábrán** a hullámhossz, húrhossz és húr-részhosszak jobb oldalt feltüntetett aktuális kombinációja amplitúdónövekedéshez vezet. Ezzel szemben a **22b. ábra** amplitúdócsökkenésre, míg a **22c ábra** a mérési eredmény teljes eltűnésére mutat példát. A későbbiekben ez utóbbi helyzetet – amikor a periodikus hibával terhelt pályán a mérés semmilyen eredményt nem mutat – az átviteli függvény zérushelyeként vizsgálom. Az amplitúdótorzításra és fázistorzításra vonatkozó általános eredményeket a 4.4.2 fejezetben ismertetem. További grafikus példákat az M1 mellékletben mutatok be (**M1.1.-M1.16. ábrák**).

#### 4.4.1.2 A B jelű referencia-hibaalak vizsgálata

A (39) egyenlet (3) egyenletbe helyettesítése az előzőnél bonyolultabb feladat. Külön kell kezelni az egyes függvényszakaszok különböző hozzárendelési szabályait. Attól függően, hogy a mérőhúr első, második és harmadik pontja a  $p_B(x)$  pályafüggvény melyik szakaszán jár, hét különböző esetet különböztethetünk meg (5. táblázat).

5. táblázat. Húrmérés regisztrátumában megjelenő eredményfüggvény-darabok B jelű referencia-hibaalak esetén

szakasz egyenlete	$P_a$ helyzete	$P_c$ (mérési pont) helyzete	$P_b$ helyzete	illusztráció az 1. ábra alapján
$e_I$	0	0	0	
$e_{II}$	0	0	koszinusz	
$e_{III}$	0	koszinusz	koszinusz	
$e_{IV}$	koszinusz	koszinusz	koszinusz	
$e_V$	koszinusz	koszinusz	0	
$e_{VI}$	koszinusz	0	0	
$e_{VII}$	0	koszinusz	0	

A húrmérési eredményfüggvény-darabok egyenleteinek a torzítás megítélésére alkalmas alakra hozását a következőkben mutatom be, az 1. ábra és a 5. táblázat jelöléseit követve.

Amikor mindhárom húrpontra a pályának valamely deformációmentes részén halad, akkor a mérési eredményfüggvény azonosan zérus:

$$e_I(x) \equiv 0. \quad (84)$$

Amikor az első  $P_b$  húrpontra megérkezik a koszinusz alakú deformációra, a mérési eredmény

$$e_{II}(x) = -\frac{a}{L} \left[ \alpha \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{2\pi}{\lambda} b \right) - \alpha \right], \quad (85)$$

alakot vesz fel, ami egy ellentétes kitérésű koszinusz hullámot (álpúpot) rajzol fel, melynek amplitúdója az eredetihez képest  $a/L$ -szeres és fáziseltolása  $2\pi b/\lambda$ . Hasonlóképpen viselkedik a rendszer, amikor már csak a hátsó  $P_a$  húrpontra tartózkodik a koszinusz hullámon:

$$e_{VI}(x) = -\frac{b}{L} \left[ \alpha \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{\lambda} a \right) - \alpha \right]. \quad (86)$$

Az álpúp mérete ekkor  $b/L$ -szeres és fáziseltolása  $2\pi a/\lambda$ .

Amikor  $P_b$  és  $P_c$  pontok tartózkodnak a koszinusz hullámon, az eredmény

$$e_{III}(x) = \alpha \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) - \alpha - \frac{a}{L} \left[ \alpha \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi b}{\lambda}\right) - \alpha \right], \quad (87)$$

mely szorzattá alakítva:

$$e_{III}(x) = \alpha \left[ c_{III} \sin(\gamma) + d_{III} \cos(\gamma) - 1 + \frac{a}{L} \right], \quad (88)$$

ahol  $\gamma$  értéke a (80) egyenlet szerinti és

$$c_{III} = \frac{a}{L} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} b\right), \quad (89)$$

$$d_{III} = 1 - \frac{a}{L} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} b\right). \quad (90)$$

A (88) egyenlet a **21. ábrán** mutatott módszerrel szintén átalakítható egy olyan formába, melyből az amplitúdó- és fázistorzítás könnyen látható:

$$e_{III}(x) = \alpha \left[ \sqrt{c_{III}^2 + d_{III}^2} \cos\left(\gamma - \arctan \frac{c_{III}}{d_{III}}\right) - 1 + \frac{a}{L} \right], \quad (91)$$

Ugyanígy jártam el a másik hasonló esetben is, amikor a középső és a hátsó húrponthalad a koszinusz hullámon:

$$e_V(x) = \alpha \left[ \sqrt{c_V^2 + d_V^2} \cos\left(\gamma - \arctan \frac{c_V}{d_V}\right) - 1 + \frac{b}{L} \right], \quad (92)$$

ahol

$$c_V = -\frac{b}{L} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} a\right), \quad (93)$$

$$d_V = 1 - \frac{b}{L} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} a\right), \quad (94)$$

Amikor mindhárom húrponthalad a koszinusz hullámon tartózkodik, az

$$e_{IV}(x) = \alpha \left\{ \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) - 1 - \frac{b}{L} \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} (x - a)\right) - 1 \right] - \frac{a}{L} \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} (x + b)\right) - 1 \right] \right\}, \quad (95)$$

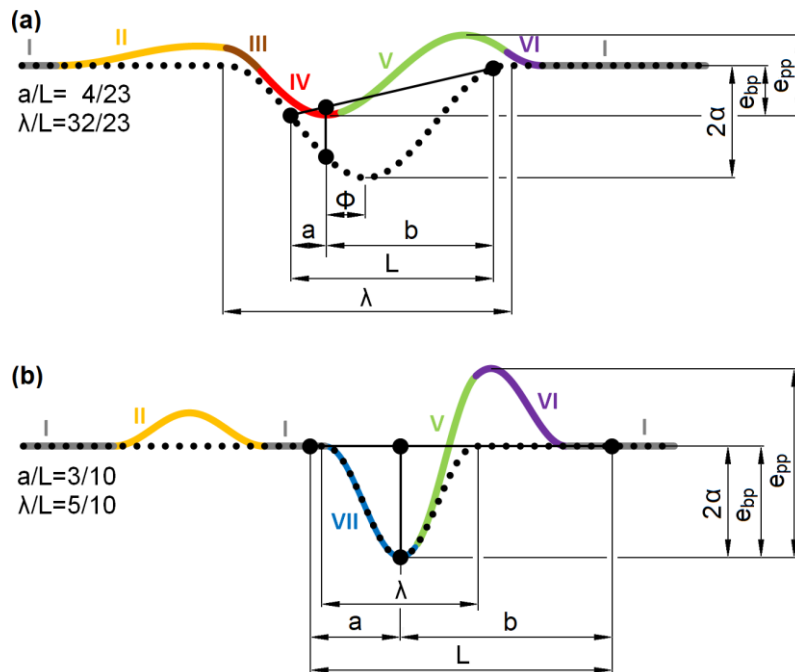
eredményfüggvény – az azonos hibaalak miatt nem meglepő módon – hasonlít az  $A$  jelű referencia-hibaalak mérési eredményének (78) egyenletére. Ezért, alkalmazva a (81) és (82) szerinti  $c_A$  és  $d_A$  jelöléseket:

$$e_{IV}(x) = \alpha \sqrt{c_A^2 + d_A^2} \cos\left(\gamma + \arctan \frac{d_A}{c_A}\right). \quad (96)$$

Érdekes és – mint a későbbiekben megmutatom – fontos eset, amikor kizárólag a húr  $P_c$  középső (mérési) pontja halad a koszinusz hullámon, miközben az első és hátsó húrponthalad a deformációmentes szakaszokon jár. Ilyenkor az  $e_{VII}$  mérési regisztrátum a pálya tökéletes, mindennemű torzítástól és módosítástól mentes képét adja, ahogy az a (39) függvénydefiníció koszinusz hullámot leíró részében látható:

$$e_{VII}(x) = \alpha \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) - \alpha. \quad (97)$$

A 23. ábra két példát mutat be a fent részletezett I–VII. számú eredményfüggvénydarabok megjelenésére a mérési regisztrátumban. Az egyes függvénydarabokat különböző színnel jelöltem.



23. ábra Példák a hárompontos aszimmetrikus húrral (fekete folytonos vonalak; húr méretei bal oldalon) felvett  $e_{I-VII}$  matematikai részzakaszokból álló mérési regisztrátumokra (színes vonalak) B jelű referencia-hibaalak (pontozott vonalak) esetén

Az 23b ábra olyan esetet mutat be, amikor az „alapvontól csúcsig” típusú értékelés szerinti  $e_{bp}$  maximumérték teljesen megegyezik a  $2\alpha$  valós pályahibanagysággal. Az előbbiekben ismertetett módszerrel kapott eredményeim általános jellegű bemutatása – a torzítás szemszögéből – a 4.4.2.1.2 fejezetben található.

#### 4.4.1.3 A C jelű referencia-hibaalak vizsgálata

A B hibaalaknál követett eljáráshoz hasonlóan lehetőség volna az eredményfüggvények egyenleteinek szakaszonkénti felírására C hibaalak esetén is, azonban a lehetséges kombinációk túl nagy száma miatt az analitikus megoldás helyett numerikus szimulációt – vagyis a (40) egyenlet értékeinek kicsiny lépésközökkel vett tömeges, automatizált behelyettesítését a (3) egyenletbe – választottam a torzítási függvények előállításához. A mérési regisztrátumra egy példa a 18. ábrán látható, a szimulációs módszerrel kapott eredményeim általános jellegű bemutatása – a torzítás szemszögéből – a későbbi fejezetben található.

## 4.4.2 A torzítási függvények

### 4.4.2.1 Amplitúdótorzítás

#### 4.4.2.1.1 A jelű referencia-hibaalak

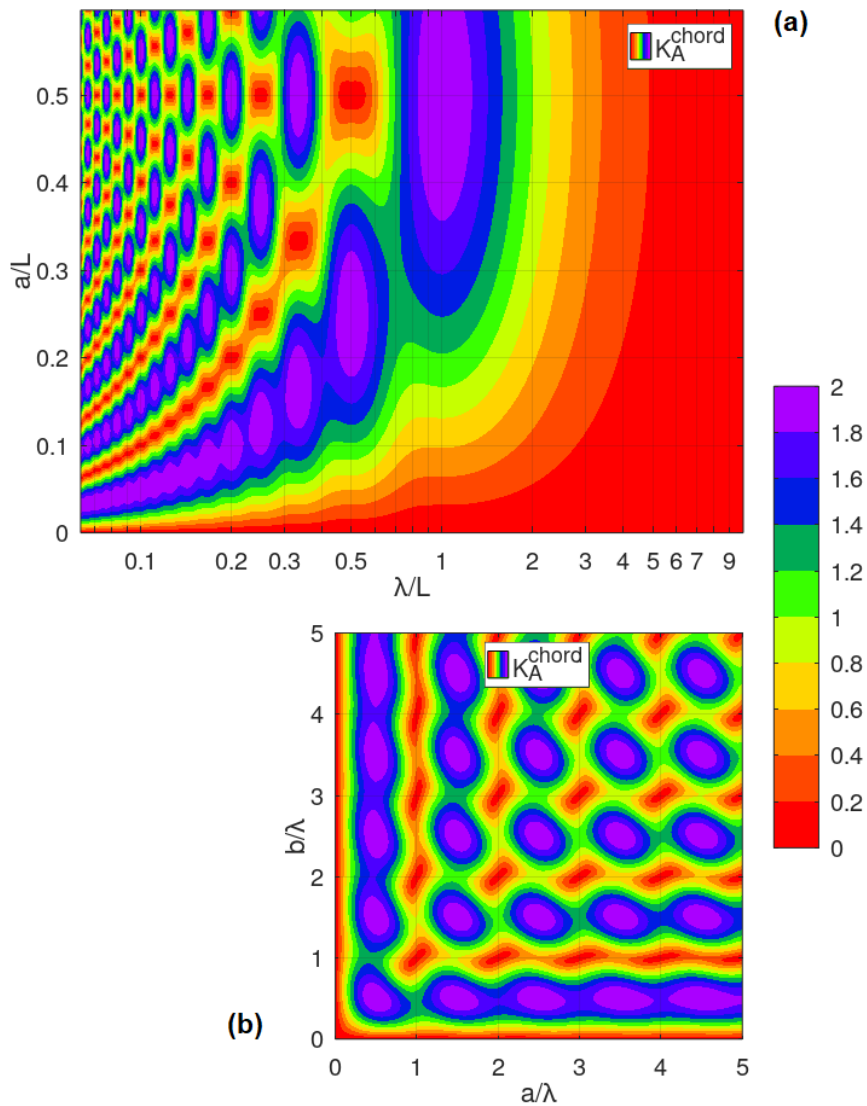
A (38) egyenletet a (83) egyenlettel összevetve felismerhető, hogy a húrmérés az eredeti szinuszhullámokat azonos hullámhosszú, de eltérő amplitúdójú szinuszhullámokká transzformálja, és a létrejövő amplitúdóváltozási tényező nagysága

$$K_A^{chord} = \sqrt{c_A^2 + d_A^2} = \sqrt{\left[1 - \frac{a}{L} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} b\right) - \frac{b}{L} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} a\right)\right]^2 + \left[\frac{b}{L} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} a\right) - \frac{a}{L} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} b\right)\right]^2}, \quad (98)$$

mely megegyezik a hárompontos aszimmetrikus húrmérést mint rendszert meghatározó, az egységimpulzus-válasz Fourier-transzformálásával is előállítható, komplex értékű átviteli függvény korábbiakban bemutatott,  $|H(\lambda)|$ -val jelölt abszolútértékével, mely a szakirodalomból [Lichtberger, 2005] ismert. Az amplitúdónövekedés vagy -csökkenés mértéke tehát csak a mérőpont relatív elhelyezkedésétől függ a mérőhúron, illetve a húr hosszának a hullámhosszhoz viszonyított arányától. A (98) egyenlet szerinti torzítási értékeket ezért két különböző módon ábrázoltam: egyrészt a  $\lambda/L$  és  $a/L$  arányok függvényében (**24a ábra**), másrészt az  $a/\lambda$  és  $b/\lambda$  arányok függvényében (**24b ábra**). Mindkét ábrázolási mód teljeskörűen mutat be minden húrelrendezést és minden hibahullámhosszt, vagyis a két diagram egymással egyenértékű. A szinttartományokkal ábrázolt torzítások 0 és 2 közötti értéket vesznek fel. Az FMK-007 mérőkocsi húrelrendezésére ( $a=4$ ,  $b=19$ ) jellemző, szintén a (98) egyenlet szerint, csak  $\lambda$  függvényében a **2. ábrán** ábrázolt görbe ( $K_A^{chord}(\lambda) = |H(\lambda)|$ ) alakja a többváltozós reprezentációt bemutató **24a ábra**  $a/L=4/23$  egyenesén elhelyezkedő helyettesítési értékeknek felel meg, illetve a **24b ábra** origóján átmenő,  $b/a=19/4$  meredekségű egyenesen elhelyezkedő helyettesítési értékeknek felel meg.

Mivel az A jelű referencia-hibaalak és húrmérési képe is minden esetben végtelenszer ismétlődő szinuszhullám, ill. a függvények minden lokális pozitív és negatív szélsőértékének abszolútértéke azonos, az „alaponaltól csúcsig” és „csúcstól csúcsig” típusú értékelések torzítását nem kell külön vizsgálni, mert azok azonosak:

$$K_A^{chord} \equiv K_{A,bp}^{chord} \equiv K_{A,pp}^{chord} . \quad (99)$$



**24. ábra.** Az A jelű referencia-hibaalak (periodikusan ismétlődő szinuszhullámok) hárompontos aszimmetrikus húrmérésre vonatkozó amplitúdótorzítási tényező  $\lambda$  hibahullámhossz,  $L$  húrhossz, ill.  $a, b$  rész-húrhosszak esetén,  $\lambda/L$  és  $a/L$  függvényében (a), továbbá  $a/\lambda$  és  $b/\lambda$  függvényében (b)

A 24. ábra mintázatai alapján megvizsgáltam a (98) egyenlet zérushelyeinek feltételeit, amelyek teljesülése esetén a húrmérési regisztrátum semmilyen információt nem tartalmaz, konstans függvénné válik (példa látható erre a 22c ábrán).

Triviális zérushelyeket jelentenek azok az esetek, amikor  $a$  vagy  $b$  részhúrhossz nagysága 0. Ezek a zérushelyek a 24b ábra bal szélének és alsó szélének felelnek meg. Nullához tart a torzítási tényező értéke, ha  $\lambda$  a végtelenbe tart, ezt illusztrálja a 24a ábra jobb oldalán látható vörös terület. További zérushelyekre utalnak a 24b ábrán látható, rácspontszerűen elhelyezkedő vörös szigetek. A (98) egyenlet matematikai vizsgálatával



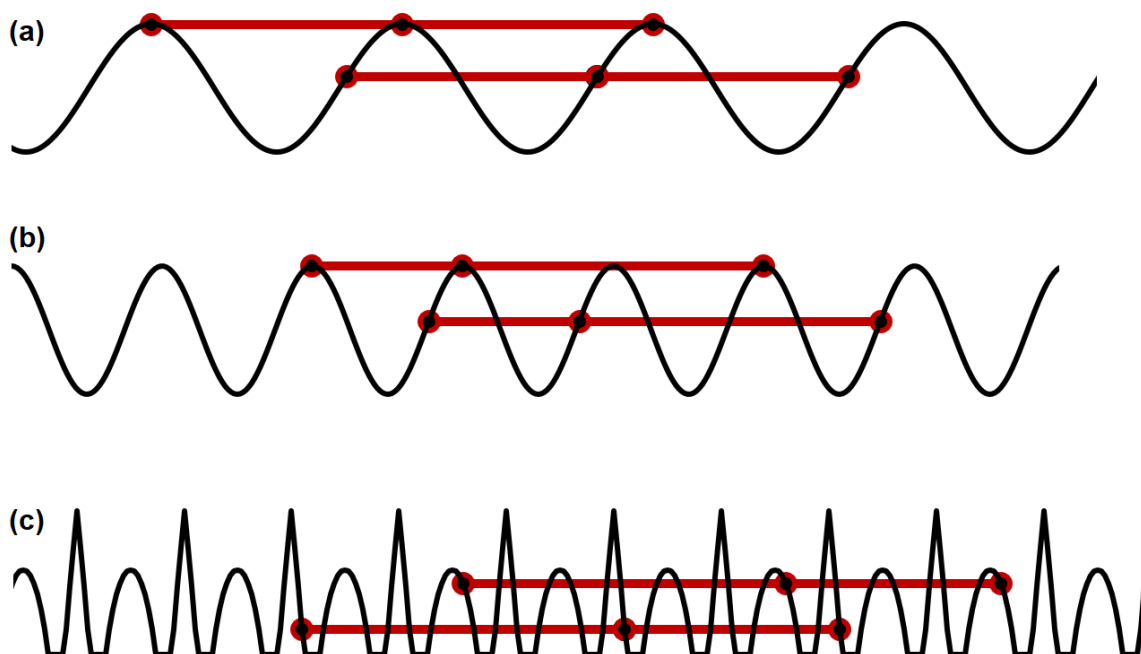
belátható, hogy akkor válik a fenti triviális eseteken kívül nullává, ha az alábbi feltételek (100) egyszerre teljesülnek:

$$\begin{cases} a = k_a \lambda, & k_a \in \{1; 2; 3; 4; \dots\} \\ b = k_b \lambda, & k_b \in \{1; 2; 3; 4; \dots\} \end{cases} \quad (100)$$

ahol  $k_a$  és  $k_b$  egyaránt pozitív egész számok, ugyanis azokat a (98) egyenletbe helyettesítve zérus értékű amplitúdótorzítást kapunk:

$$\begin{aligned} K_{A0} &= \sqrt{\left[1 - \frac{k_a \lambda}{L} \cos\left(\frac{2\pi k_b \lambda}{\lambda}\right) - \frac{k_b \lambda}{L} \cos\left(\frac{2\pi k_a \lambda}{\lambda}\right)\right]^2 + \left[\frac{k_b \lambda}{L} \sin\left(\frac{2\pi k_a \lambda}{\lambda}\right) - \frac{k_a \lambda}{L} \sin\left(\frac{2\pi k_b \lambda}{\lambda}\right)\right]^2} = \\ &= \sqrt{\left[1 - \frac{k_a \lambda}{L} - \frac{k_b \lambda}{L}\right]^2 + [0 - 0]^2} = \sqrt{\left[1 - \frac{k_a \lambda + k_b \lambda}{L}\right]^2 + [0 - 0]^2} = 0. \end{aligned} \quad (101)$$

Általánosságban megállapíthatjuk tehát a szimmetrikus és aszimmetrikus hárompontos húrmérésre vonatkozóan, hogy az átviteli függvényükben végtelen sok zérushely lehet. Zérushelyek akkor fordulnak elő, ha az  $a$ ,  $b$  rész-húrhosszak a  $\lambda$  hullámhossz pozitív egész számú többszörösei (25a, 25b ábrák). Az FMK-007 mérőkocsi  $a=4\text{ m}$ ,  $b=19\text{ m}$  rész-húrhosszai esetében a zérushelyek például a következők:  $\lambda = 1,0\text{ m}$ ,  $0,5\text{ m}$ ,  $0,333\text{ m}$ ,  $0,25\text{ m}$ ,  $0,20\text{ m}$  stb. Egy képzeletbeli,  $a=6,63\text{ m}$ ,  $b=11,05\text{ m}$  rész-húrhosszakkal rendelkező mérőhúr átviteli függvényének zérushelyei például a következők:  $\lambda = 2,21\text{ m}$ ,  $1,105\text{ m}$ ,  $0,737\text{ m}$ ,  $0,5525\text{ m}$ ,  $0,442\text{ m}$  stb.



25. ábra. Példák az adott hárompontos húrmérő rendszerrel érzékelhetetlen periodikus hibaalak-sorozatokra

Az átviteli függvény zérushelyeinek megfelelő pálya-húrelrendezés kombinációk nem csak a szinuszos vagy koszinuszos hibaalakokra vonatkoznak, hanem bármilyen tetszőleges, periodikusan ismétlődő hibaalakra (egy példát mutatok a **25c ábrán**).

Ahogy fent említettem, az átviteli függvény akkor is zérussá válik, ha  $\lambda$  a végtelenbe tart. Felismertem, hogy végtelen hullámhosszú és végtelen amplitúdójú hullámok véges hosszú darabjai a különböző meredekségű lineáris függvényeknek feleltethetők meg, melyek semmilyen mérőhúrral nem érzékelhetők (**26a ábra**), mivel a

$$p_{01}(x) = x \quad (102)$$

függvényt a (3) egyenletbe helyettesítve kapjuk:

$$e_{01}(x) = x - \frac{b}{a+b}(x-a) - \frac{a}{a+b}(x+b) = \frac{x(a+b)-bx+ab-ax-ab}{a+b} = \frac{0}{a+b} = 0. \quad (103)$$

Két érzékelhetetlen jelalakot reprezentáló függvény összegéből képzett jelalak is érzékelhetetlen. Tehát érzékelhetetlennek kell lenniük a (100) feltételt teljesítő mérőhúrral mért, korábban bemutatott periodikus jelalakok is, melyekhez egy lineáris összetevőt is hozzáadunk (**26b, 26c ábrák**). Ezek a jelalakok a folyamatosan változó alapvonal miatt már nem tekinthetők periodikusnak. A húrmérés képét szimulációval ellenőriztem, és azonosan zérust kaptam.

További vizsgálatokat végeztem nem periodikus, de a húrmérés számára érzékelhetetlen jelalakok megkeresése érdekében. A (3) egyenletet modellező rajzos szimuláció útján felismertem, majd numerikus szimulációval is ellenőriztem, hogy az  $x \cdot \sin x$  típusú jelek is érzékelhetetlenek a (100) feltételt teljesítő mérőhúr számára (**26d ábra**). Ez azt jelenti, hogy a periodikus alapú, de lineárisan növekvő vagy csökkenő amplitúdójú jelek is lehetnek érzékelhetetlenek. Ennek analitikus bizonyítása a következő:

$$p_{02}(x) = x \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad (104)$$

esetén a húrmérés képe a (3) egyenlet alapján:

$$e_{02}(x) = x \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) - (x-a) \frac{b}{L} \sin\left(\frac{2\pi(x-a)}{\lambda}\right) - (x+b) \frac{a}{L} \sin\left(\frac{2\pi(x+b)}{\lambda}\right), \quad (105)$$

amibe a (100) feltételt behelyettesítve:

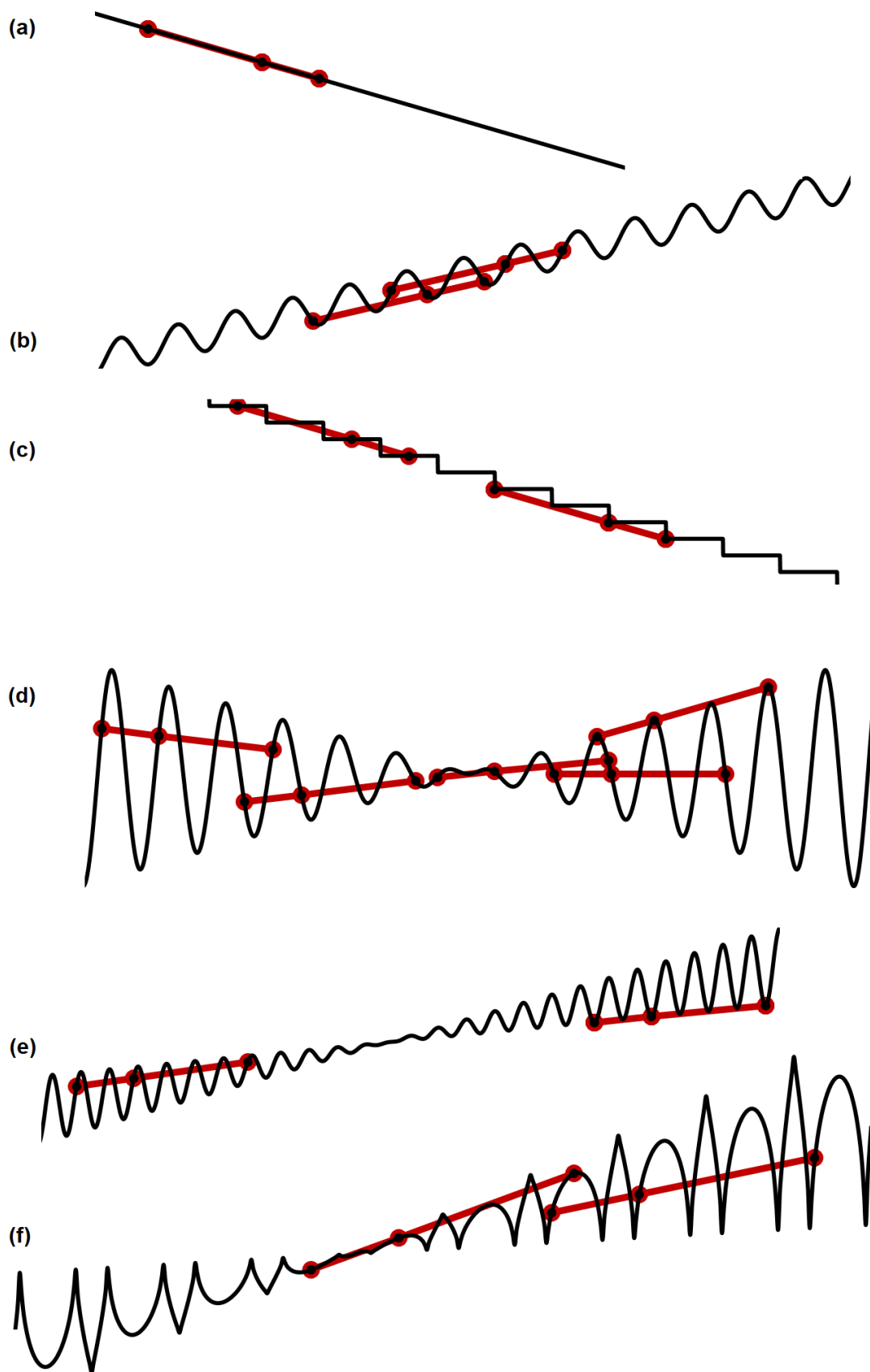
$$\begin{aligned} e_{02}(x) &= x \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) - \frac{(x-k_a\lambda)k_b\lambda}{k_a\lambda+k_b\lambda} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi k_a\lambda}{\lambda}\right) - \frac{(x+k_b\lambda)k_a\lambda}{k_a\lambda+k_b\lambda} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi k_b\lambda}{\lambda}\right) = \\ &= x \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) - \frac{(x-k_a\lambda)k_b\lambda}{k_a\lambda+k_b\lambda} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) - \frac{(x+k_b\lambda)k_a\lambda}{k_a\lambda+k_b\lambda} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = \\ &= \lambda \frac{xk_a+xk_b-xk_b+k_ak_b\lambda-xk_a-k_ak_b\lambda}{k_a\lambda+k_b\lambda} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = \lambda \frac{0}{k_a\lambda+k_b\lambda} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = 0. \end{aligned} \quad (106)$$

Az előzőekben ismertetett, érzékelhetetlenséget okozó jel- és húrtulajdonságok, vagyis

- a (100) feltételt teljesítő periodikus alapjel és húrelrendezés,
- a lineárisan változó alapvonal,
- a lineárisan változó amplitúdó

együttes fennállása esetén is érzékelhetetlen jelet kaptam (**26e ábra**).

Ahogy azt a periodikus jeleknél is bemutattam a **25c ábrán**, az alapjel nem csak szinuszos vagy koszinuszos jel lehet, hanem bármilyen jelalak, ami periodikusan ismétlődik. A **26f ábra** egy szabálytalan jelalakból képzett periodikus alapjelből származó, változó nullvonalú és amplitúdójú, az ábrán látható aszimmetrikus húrral érzékelhetetlen jelet mutat be. A **26f ábrán** látható, hogy az amplitúdó lineáris változását előjelesen kell érteni, vagyis a 0 amplitúdóértéknél a jelalak periodikus alapjele megfordul.

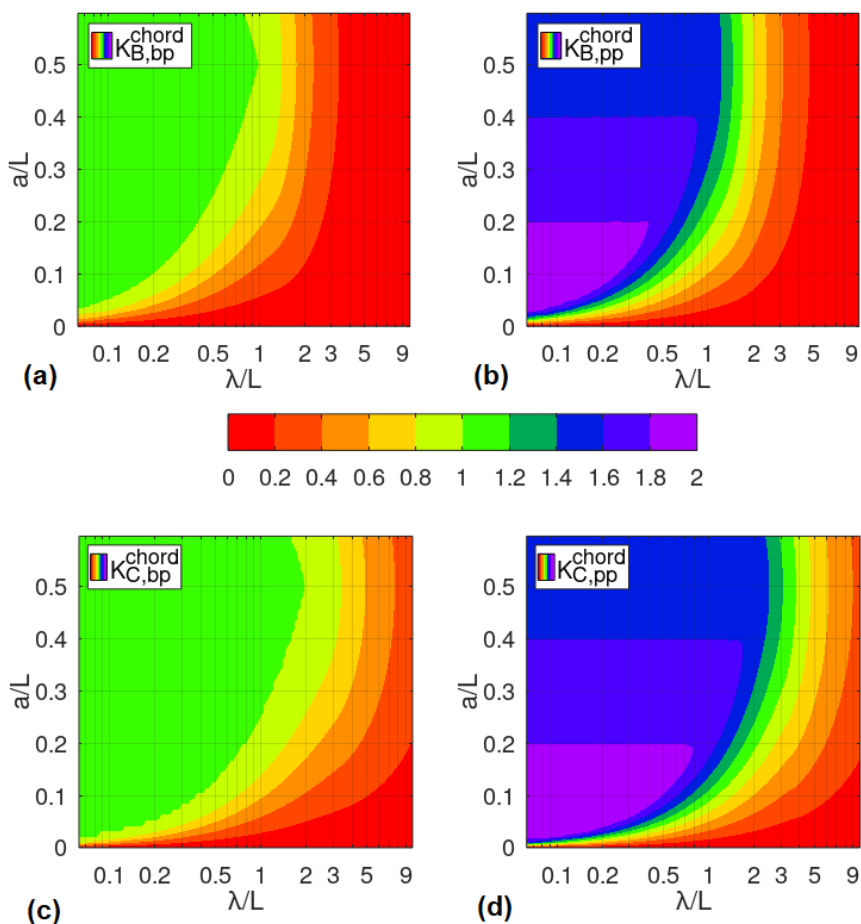


26. ábra. Példák az adott hárompontos hűrmérő rendszerrel érzékelhetetlen, nem periodikus hibaalak-sorozatokra

## 4.4.2.1.2 B és C jelű referencia-hibaalakok

A **23. ábrán** példákat mutattam a B jelű hibaalakot felépítő **5. táblázatban** is részletezett függvénydarabok húrmérés által transzformált, (84)–(97) egyenletek szerinti torzított alakjára, ill. annak lokális szélsőértékeire.

A B és C jelű referencia-hibaalakok esetén a különböző húrelrendezések és hibahosszak esetén adódó húrmérési képeket a (3) egyenlet segítségével számítottam. Az eredeti hibaalakok és húrmérési képek lokális szélsőértékeinek egymáshoz viszonyított arányából adódó, **8. ábra** jelölései szerinti, (27)–(45) egyenletekből kapott torzítási értékeket a **27. ábrán**, felületdiagramokon ábrázoltam ( $K_B$  értékei az M2 melléklet **M2.1., M2.2. táblázataiban** található). Az „alpvonaltól csúcsig” típusú értékelés esetén a torzítási tényező értékkészlete 0-tól 1-ig terjed, „csúcstól csúcsig” kiértékelés esetében 0-tól 2-ig.



**27. ábra.** B jelű (első sor) és C jelű (második sor) referencia-hibaalak hárompontos aszimmetrikus húrmérésre vonatkozó amplitúdótorzítási tényező  $\lambda$  hibahossz-paraméter,  $L$  húrhossz, ill. a részhúrhossz esetén  $\lambda/L$  és  $a/L$  függvényében „alpvonaltól csúcsig” (bp), ill. „csúcstól csúcsig” (pp) típusú kiértékeléssel

Észrevehető, hogy abban az esetben, ha

$$2a \geq \lambda ,$$

akkor – feltéve, hogy  $a$  a rövidebbik részhúrhosszat jelöli – a  $B$  jelű referencia-pályahiba húrmérési regisztrátumban megjelenő képe a pályahibáéval azonos negatív szélsőértéket vesz fel, nincsen torzítás, vagyis  $K_{B,bp}^{chord} = 1$ . Ilyen esetben előáll olyan helyzet, hogy a mérőhúr mérési pontjának a hibacsúcshoz érkezésekor a mérőhúr kezdete és vége is deformációmentes szakaszon jár, vagyis a szélsőértéket a (97) egyenlet határozza meg (egy példát mutat erre a **23b ábra**). Minden más esetben a torzítási tényező kisebb 1-nél (**23a ábra**).

Ugyanilyen megállapítások tehetők a  $C$  jelű referencia-hibaalakra is, ebben az esetben viszont a hibaalak definíciójából következően a rövidebbik  $a$  részhúrhosszra a

$$2a \geq \frac{\lambda}{2}$$

összefüggésnek kell teljesülnie ahhoz, hogy az „alapvonaltól csúcsig” értékelés  $K_{C,bp}^{chord} = 1$  torzításmentes legyen.

#### 4.4.2.2 Fázistorzítás

##### 4.4.2.2.1 A jelű referencia-hibaalak

A (38) egyenletet a (83) egyenlettel összevetve felismerhető, hogy a húrmérés az eredeti szinuszhullámokat azonos hullámhosszú, de eltérő amplitúdójú szinuszhullámokká transzformálja, és a létrejövő fáziseltolás nagysága

$$\Phi_A^{chord} = \arctan\left(\frac{d_A}{c_A}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{b}{L}\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\right) - \frac{a}{L}\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}b\right)}{1 - \frac{a}{L}\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}b\right) - \frac{b}{L}\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\right)}\right), \quad (107)$$

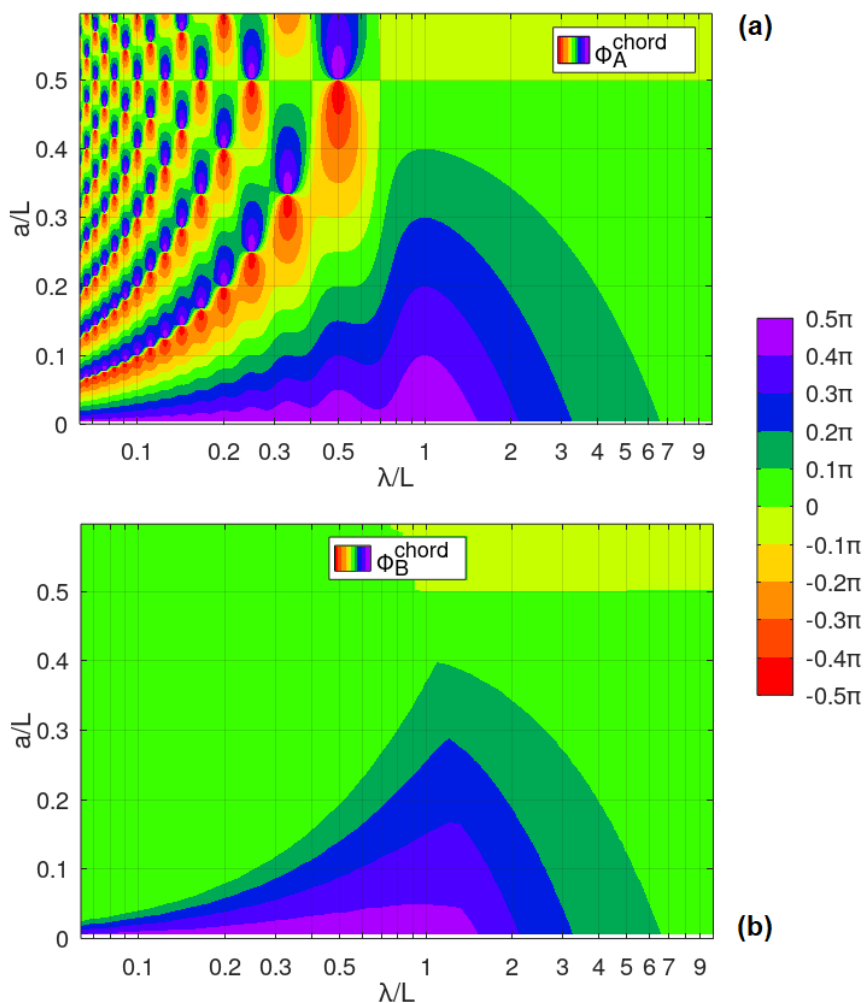
mely megegyezik a hárompontos aszimmetrikus húrmérést mint rendszert meghatározó, komplex értékű átviteli függvény fázisszögével, mely a szakirodalomból ismert [Lichtberger, 2005] ( $a=4$ ,  $b=19$  esetére  $\lambda$  függvényében ábrázolt példát mutat a **3. ábra**, ahol  $\Phi_A^{chord}(\lambda) = \angle H(\lambda)$ ). A (107) egyenlet értékeit általánosan – az amplitúdótorzításnál is alkalmazott struktúrában – a **28a ábrán** szemléltetem. A függvényértékek az eltolódást a referencia-hibaalak definíciójában szereplő  $\lambda$ -hoz viszonyítva mutatják meg, radiánban kifejezve. Az értékkészlet  $-\pi/2$ -től  $+\pi/2$ -ig terjed, ami azt jelenti, hogy az eltolódás soha nem haladja meg a hullámhossz negyedét.

##### 4.4.2.2.2 B jelű referencia-hibaalak

A (46) egyenlet alapján a  $\Phi_B^{chord}$  hibacsúcs-eltolódási függvény numerikus szimuláció útján kapott értékeit a **28b ábrán** mutatom be. Hasonlóan az A jelű referencia-hibaalakhoz, a hibacsúcs eltolódása soha nem haladja meg a hullámhossz negyedét.

##### 4.4.2.2.3 C jelű referencia-hibaalak

A (46) egyenlet alapján a  $\Phi_C^{chord}$  hibacsúcs-eltolódási függvény értékeire minden húrelrendezés és hibahossz esetén 0-t kaptam a numerikus szimuláció eredményeként. Ez azt jelenti, hogy ilyen alakú hiba esetén a mérési regisztrátumban látható hibacsúcs mindig az eredeti hibacsúcs helyén jelenik meg. Az előző két hibaalak fázistorzítási viszonyai ismeretében ez a megállapítás nem váratlan, hiszen a C jelű hibaalak úgy jött létre, hogy a koszinuszhullám középső,  $\pi/2$ -től  $3\pi/2$ -ig terjedő szögtartományának megfelelő részét eltávolítottuk.



28. ábra. A (a) és B (b) referencia-hibaalakok hárompontos aszimmetrikus húrmérésre vonatkozó fázistorzítási szögei  $\lambda$  hibahossz-paraméter,  $L$  húrhossz, ill. a részhúrhossz esetén  $\lambda/L$  és  $a/L$  függvényében



A 4.4 fejezet főbb megállapítási alapján a következő tézist fogalmaztam meg.

#### 4.4.3 I. tézis

Meghatároztam az egyetlen koszinusz hullámmal modellezett, más vágánygeometriai deformációktól távol eső, úgynevezett lokális deformációk hárompontos húrmérési regisztrátumában megjelenő képre vonatkozó amplitúdótorzítási és fázistorzítási függvényeket. Megmutattam, hogy az ilyen deformációk képének „alapvonalról csúcsig” típusú kiértékelése pontosan a valós amplitúdót mutatja, ha a deformáció hossza nem haladja meg az aszimmetrikus mérőhúr kisebbik részhosszának kétszeresét (szimmetrikus mérőhúr esetén a teljes húr hosszát), illetve a valósánál kisebb amplitúdót mutat minden más esetben.

Általános érvényű törvényszerűséget találtam a hárompontos szimmetrikus és aszimmetrikus húrmérés által érzékelhetetlen deformációkra vonatkozóan: nincsen képe a húrmérési regisztrátumban a bármilyen alakú, de periodikusan ismétlődő deformációnak, ha a mérőhúr mindkét részhosszára külön-külön igaz, hogy a deformációsorozat periódushosszával megegyezik vagy a periódushossz bármely egész számú többszöröse. A jelalak e feltételek teljesülése esetén akkor is érzékelhetetlen, ha a periodikus alapjel alapvonala és/vagy amplitúdója folyamatosan, de lineárisan változik.

A tézishoz kapcsolódó publikációk: [Ágh, 2018a; Ágh, 2021a]

## 4.5 A SÁVÁTERESZTŐ SZŰRÉS TORZÍTÓ HATÁSA

### 4.5.1 A szűrések végrehajtása

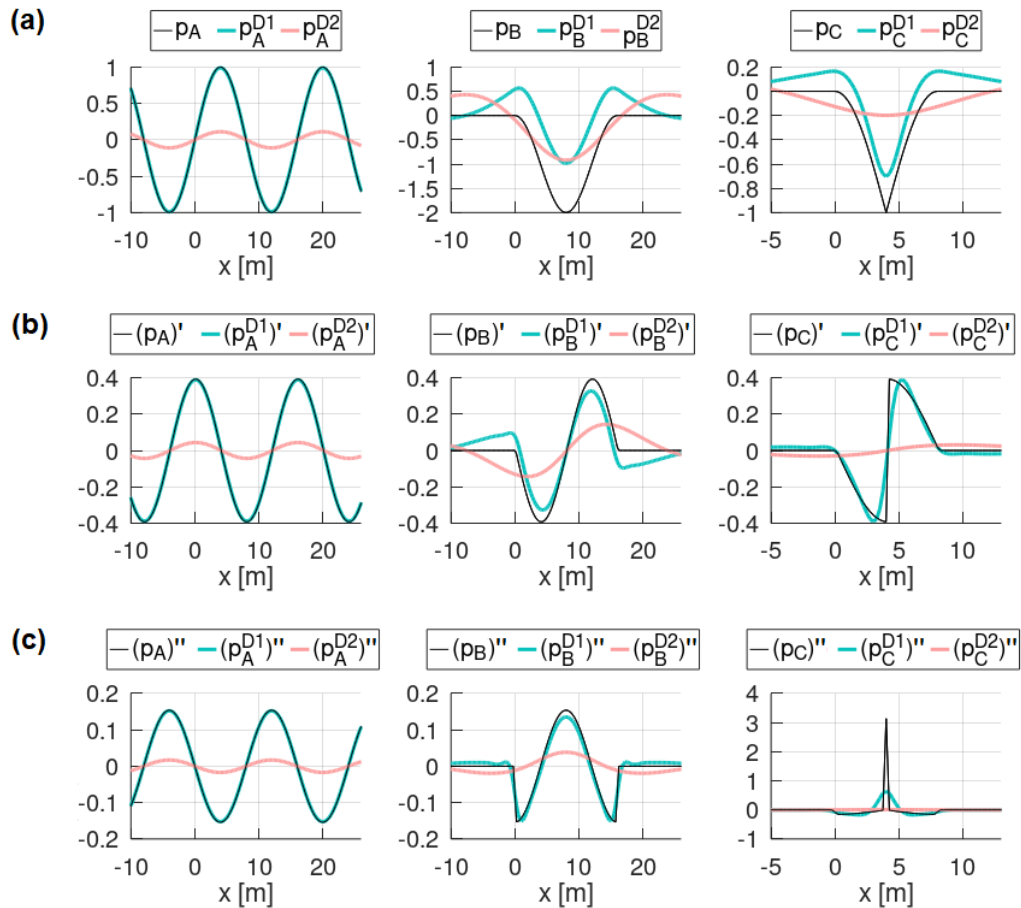
A vizsgálataim során feltételeztem, hogy az eredeti pályaalak az inerciális mérés eredményeképp vagy a hárompontos húrmérés torzításmentesítési eljárásának elvégzése eredményeképpen már ismert. Ezért a szűréseket az eredeti referencia-hibaalakokon végeztem el. Olyan fáziseltolódás-mentes Butterworth-szűrőket alkalmaztam, melyek kielégítik az MSZ EN 13848-1:2019 szabvány *C* mellékletének követelményeit.

#### 4.5.1.1 A diszkretizáció

Mivel a vágánygeometriai mérések területén szokásos mintavételezési távolság 25 cm, ezért az alkalmazott térbeli mintavételi frekvencia minden esetben  $4\text{ m}^{-1}$  volt. A szűrésnek alávetett jelsorozatok a referencia-hibaalakok (38), (39) és (40) definíciófüggvényeinek fent említett mintavételi távolságonként felvett helyettesítési értékei a  $[-5\lambda; +5\lambda]$  zárt intervallumon (ennél hosszabb deformáció előtti és utáni „nullvonalak” a szűrés eredményeket már nem befolyásolták érzékelhetően). A szűrés eredményekre példát mutat 10 méteres hibahosszal a **19. ábra** és 18 méteres hibahosszal a **29a ábra**.

#### 4.5.1.2 A deriváltak alkalmazása

Ahogy azt a 4.3 fejezetben bemutattam, az elméleti függőleges többleterő, az elméleti igénybevételi impulzus és az elméleti igénybevételi energia definíciói mind olyan differenciálegyenletekre vezettek, amelyek alapján a számítások a hosszfekszintnek mint pályafüggvénynek az úthossz ( $x$  tengely) mentén történő egyszeres, illetve kétszeres deriválását igénylik. E deriváltakra mutat példát a **29b** és **29c ábra** az *A*, *B*, *C* referencia-hibaalakok felhasználásával (az eredeti referencia-hibaalak, illetve annak D1 és D2 szűrésen átesett verziója alapján) minden esetben  $\lambda = 18$  méteres hullámhosszból adódó hibaalak-függvényekkel. Mivel mind az elvégzett Butterworth-szűrések eredménye, mind a deriválás eredménye egyenesen arányos a kezdeti hibaamplitúdó nagyságával, a függőleges tengelyen mértékegység nélküli számokat tüntettem fel, a kezdeti hibaamplitúdót  $A = 1$  egységnek feltételezve.



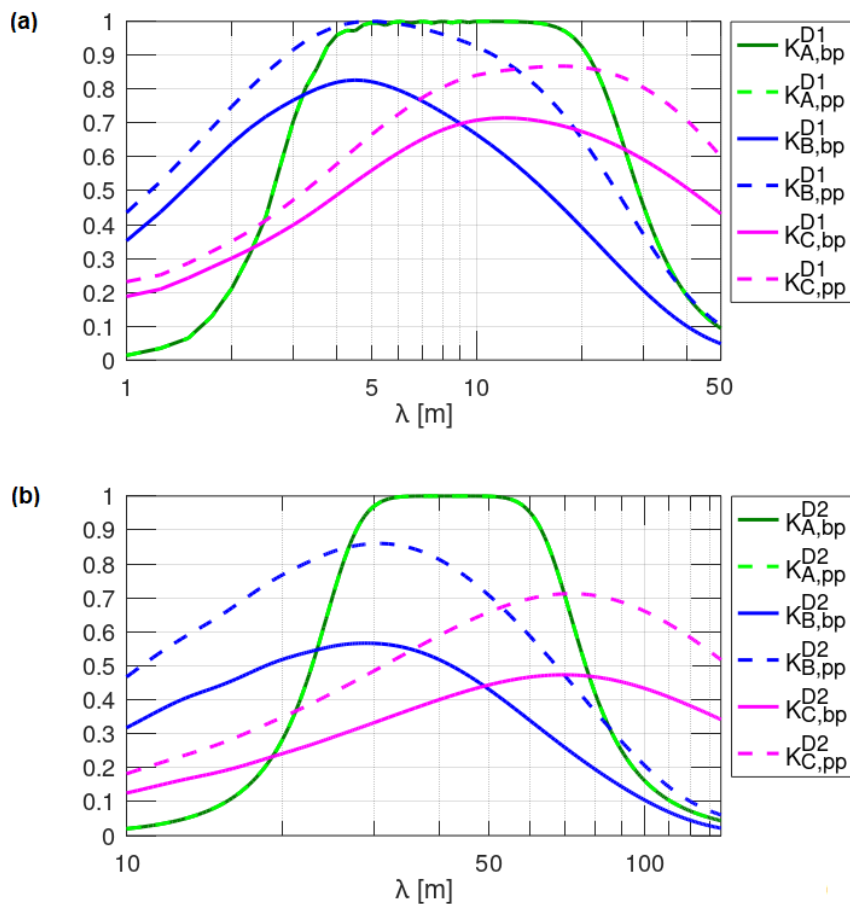
29. ábra. A, B és C referencia-hibaalakok  $\lambda = 18,0$  m alaphullámhossz és egységnyi amplitúdó figyelembevételével képzett eredeti, ill. D1 és D2 szűrésen átesett alakjai (felső sor), ill. első deriváltjuk (középső sor) és második deriváltjuk (alsó sor)  $\Delta x = 0,25$  m diszkrétizációs lépésközzel numerikusan számítva

## 4.5.2 A torzítási függvények

### 4.5.2.1 Amplitúdótorzítás

A 4.3.1 fejezet, ill. a 19. ábra jelöléseit alkalmazva az eredeti pályaalak és a szűrt pályaalak megfelelő szélsőértékeinek viszonyát bemutató torzítási tényezőket a hiba hosszának, ill. hullámhosszának függvényében a 30. ábrán mutatom be (figyelembe kell venni, hogy a C referencia-hibaalak esetében a hibahossz a  $\lambda$  hullámhossz értékének fele).  $K_B^{D1}$  értékei táblázatosan az M2 melléklet M2.3 táblázatában található.

A periodikus, végtelen koszinusz hullámokból álló A jelű referencia-hibaalak esetén a szűrt amplitúdók tökéletesen megfelelnek a szűrő karakterisztikájából következő csillapítási értékeknek (zöld görbék).



**30. ábra.** A D1 (a) és D2 (b) szűrő amplitúdó-torzítási tényezői az A, B, C referencia-hibaalakok és,  $\lambda$  hibahossz-paraméter esetén „alaponaltól csúcsig” (bp) és „csúcstól csúcsig” (pp) kiértékeléssel

Ezzel szemben a más geometriai alakváltozásoktól távol eső, lokális hibákat reprezentáló  $B$  és  $C$  jelű referencia-hibaalakok negatív szélsőértékének abszolútértékét a szűrés minden esetben csökkenti, és a csökkenés mértéke – különösen az „alaponaltól csúcsig” típusú kiértékelésnél – jelentős. Ennek oka az, hogy – mint láttuk – a szűrés hatására a koszinusz hullám képe a nullvonalhoz képest „feltolódik” (lásd az 6. ábra alsó sorát, ill. a 19b, 19c, 29a ábrákat).

A  $B$  jelű referencia-hibaalakot „alaponaltól csúcsig” értékelve 3 m, 4,5 m és 25 m hibahosszak esetén az eredeti hibaamplitúdóhoz viszonyítva a D1-re szűrt függvényben a maximális kitérés nagysága rendre 77%, 83% és 29%. „Csúcstól csúcsig” értékelve 3 m, 5 m és 25 m hibahosszak esetén az eredeti hibaamplitúdóhoz viszonyítva a D1-re szűrt függvényben a pozitív és negatív szélsőérték közti abszolút különbség nagysága

rendre 92%, 100% és 50%. Gyakorlati jelentősége miatt az „alpvonaltól csúcsig” értékelést reprezentáló görbét közelítő polinomot (torzítási függvény) alább közlöm:

$$K_{B,bp}^{D1}(\lambda) = -2,2377 \cdot 10^{-11} \cdot \lambda^8 + 4,92637 \cdot 10^{-9} \cdot \lambda^7 - 4,51803 \cdot 10^{-7} \cdot \lambda^6 + \\ + 2,23614 \cdot 10^{-5} \cdot \lambda^5 - 0,0006468 \cdot \lambda^4 + 0,011061636 \cdot \lambda^3 - 0,107277822 \cdot \lambda^2 + \\ + 0,49791 \cdot \lambda - 0,02162 . \quad (108)$$

A *C* jelű referencia-hibaalakot „alpvonaltól csúcsig” értékelve 3 m, 12 m és 25 m hibahullámhosszak esetén (melyek rendre 1,5 m, 6 m és 12,5 m hibahossznak felelnek meg) az eredeti hibaamplitúdóhoz viszonyítva a D1-re szűrt függvényben a maximális kitérés nagysága rendre 40%, 72% és 64%. „Csúcstól csúcsig” értékelve 3 m, 17 m és 25 m hibahullámhosszak esetén (melyek rendre 1,5 m, 8,5 m és 12,5 m hibahossznak felelnek meg) esetén az eredeti hibaamplitúdóhoz viszonyítva a D1-re szűrt függvényben a pozitív és negatív szélsőérték közti abszolút különbség nagysága rendre 47%, 87% és 84%.

A fentiekhez hasonlóan a **30b ábráról** leolvashatók a D2 hullámhossz-tartományra történt szűrés eredményei is.

#### 4.5.2.2 Torzítás az elméleti függőleges többleterőben

A vágánygeometriai mérési eredmények torzításának a korábban definiált elméleti többleterő tükrében történő vizsgálatával választ kerestem arra, hogy a szabványos sáváteresztő szűrésen átesett hosszfekszintmérési adatsorok milyen mértékben alkalmasak a pálya-jármű rendszer pályahibákból eredő gerjesztésének – szakirodalomban gyakran alkalmazott – szimulációjára.

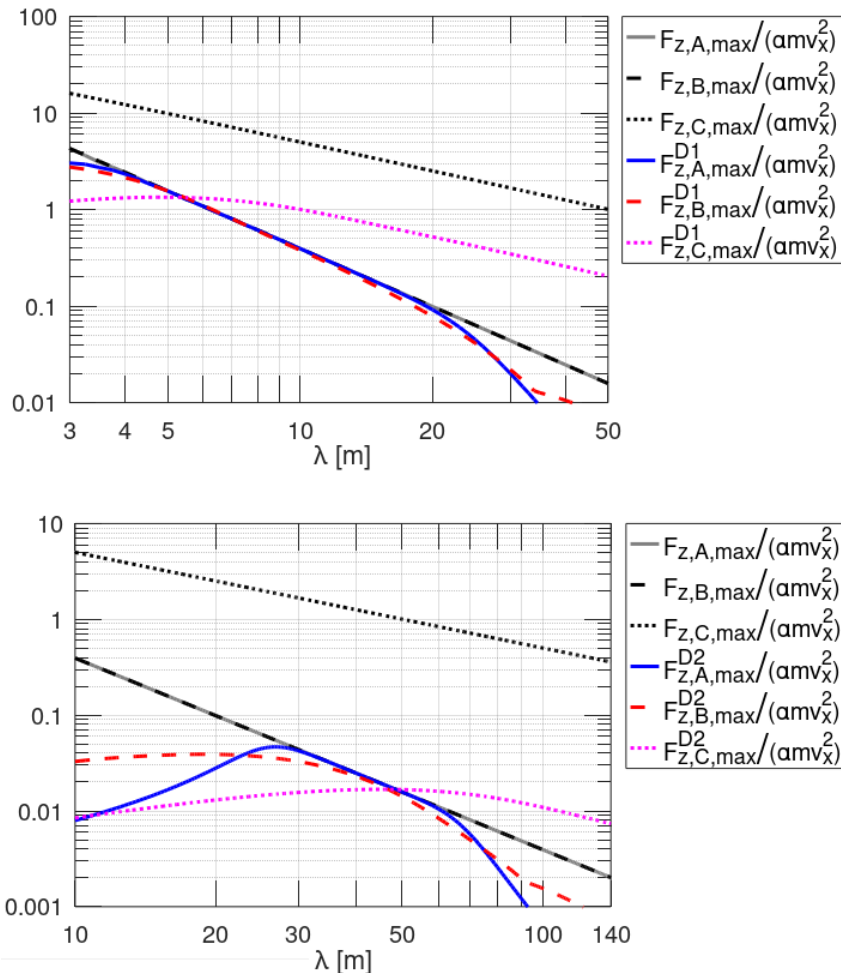
A D1, D2 szűrők elméleti függőleges többleterőben megjelenő torzító hatásának demonstrálására a szűrésnek alávetett referencia-hibaalakok által a (49) egyenlet szerint meghatározható  $F_{z,max}^{D1}$ ,  $F_{z,max}^{D2}$  elméleti erőmaximumokat számítottam ki az (50) egyenlet szerinti diszkretizáció segítségével a következőképpen:

$$F_{z,max}^{D1} = m v_x^2 \max[(p^{D1})''] , \quad (109)$$

$$F_{z,max}^{D2} = m v_x^2 \max[(p^{D2})''] . \quad (110)$$

Az eredmények **31. ábrán** történő szemléltetése során a szűrők torzító hatását kívántam elsősorban megmutatni a  $\lambda$  hibahosszparaméter függvényében, ezért a többi, elméleti függőleges többleterőt meghatározó paramétert ( $\alpha$  hibaamplitúdót,  $m$  keréktömeget és  $v_x$  pályairányú kerékhaladási sebességet) egységnyi (vagyis 1) értékűnek tételeztem fel, így az ábra jelmagyarázatában látható relatív értékeket

tüntetem fel grafikonok formájában. A **31. ábra** az egyes hibahosszak és hibaalakok függvényében kialakuló eredeti elméleti függőleges  $F_{z,max}$  többleterőket és a szűrt (torzított) hibaalakon kialakuló  $F_{z,max}^{D1}$ ,  $F_{z,max}^{D2}$  többleterőket egyaránt bemutatja.



**31. ábra.** Elméleti többleterő maximuma az eredeti A, B, C referencia-hibaalakokon történő áthaladáskor ( $F_{z,max}$ ) és a szűrt referencia-hibaalakokon történő áthaladáskor ( $F_{z,max}^{D1}$ ,  $F_{z,max}^{D2}$ ), egységnyi eredeti hibaamplitúdó, egységnyi keréktömeg és egységnyi haladási sebesség feltételezésével

A **31. ábra** szürke és fekete görbéiből látható, hogy az eredeti elméleti függőleges többleterő maximuma és a hibahossz között fordított (négyzetes) arányosság van. Az A jelű referencia-hibaalak esetében az eredeti és szűrt pályaalakon számított erőt reprezentáló görbe az adott sáváteresztő szűrő csillapításmentes sávjában tökéletesen fedik egymást, vagyis a szűrés torzítást nem okoz, hiszen a szűrt pályaalak ilyenkor megegyezik az eredetivel. Az B jelű referencia-hibaalak esetében az eredeti és D1-es görbe nagyrészt fedik egymást, vagyis a D1-es szűrés jelentős torzítást nem okoz, hiszen a süppedt pályaalak **29a ábrán** is látható szűrés utáni képében a süppedési völgy alján

hasonló görbületet látunk, mint az eredeti hibaalak esetén, így a **29c ábrán** feltüntetett második derivált, ezáltal a számított erő is hasonló nagyságú.

A *C* jelű referencia-hibaalak esetében az eredeti és szűrt görbék jelentősen eltérnek, mivel az eredeti pályaalakban meglévő töréspontot (ami analitikus úton számolva végtelenül nagy elméleti függőleges többleterőt eredményezne, ezért 25 centiméteres diszkretizációval kezeltem) a szűrők értelemszerűen lekerekítik, így jóval enyhébb erők számíthatók a szűrt hibaalakokon.

#### 4.5.2.3 Torzítás az elméleti elemelkedési sebességben

A vágánygeometriai mérési eredmények torzításának a korábban definiált elméleti elemelkedési sebesség tükrében történő vizsgálatával választ kerestem arra, hogy a szabványos sáváteresztő szűrésen átesett hosszfekszintmérési adatsorok milyen mértékben alkalmasak a pálya-jármű rendszer pályahibákból eredő, kerék-tehermentesüléssel járó kisiklásának szimulációjára.

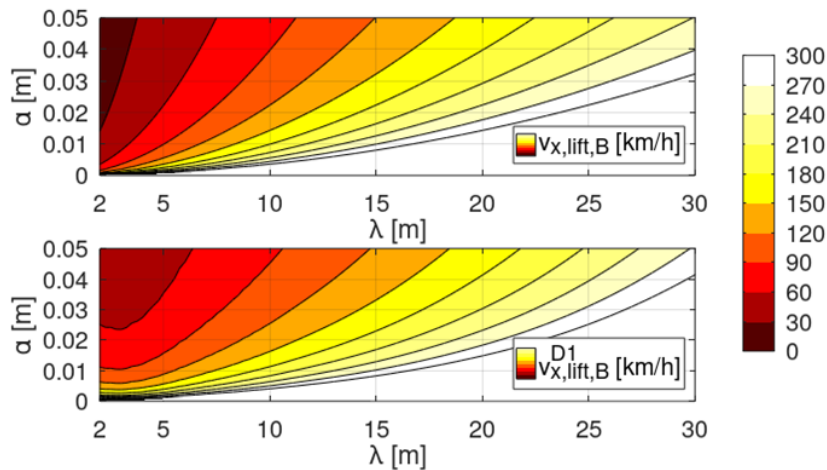
A **32. ábrán** látható  $v_{x,lift,A} = v_{x,lift,B} = v_{x,lift,C}$  eredeti elméleti elemelkedési sebességet az (59) egyenlet alapján számítottam. A D1, D2 szűrők elméleti elemelkedési sebességben megjelenő torzító hatásának demonstrálására a szűrésnek alávetett referencia-hibaalak által az (58) egyenlet szerint meghatározható  $v_{x,lift,B}^{D1}$  elméleti elemelkedési sebességeket számítottam ki az (50) egyenlet szerinti diszkretizáció segítségével a következőképpen:

$$v_{x,lift,B}^{D1} = \sqrt{\frac{g}{\min[(p_B^{D1})'']}}. \quad (111)$$

Ahogy az a **32. ábrán** látható, az elméleti elemelkedési sebesség csak a hibahossztól és a hibaamplitúdótól függ. A jelen értekezésben definiált elméleti esetben a 30 km/h-val gördülő kerék egy 2 m hullámhosszúságú, koszinusz hullám alakú süppedéshibán elemelkedik a sínről, ha a hiba amplitúdója a 15 millimétert meghaladja (ha a hiba hullámhossza a lokális süppedéshibáknál szokásos 8 méter, akkor az elemelkedés csak 230 milliméteres amplitúdónál jelentkezne). 23 milliméteres amplitúdó és 10 méteres hibahullámhossz esetén 120 km/h az elméleti elemelkedési sebesség. További értékeket az M3 melléklet **M3.1. táblázatában** mutatok be.

A **32. ábra** felületdiagramjai (értékeket lásd az M3 melléklet **M3.1.** és **M3.2. táblázataiban**) közti eltérések mutatják be a D1 sáváteresztő szűrő elméleti elemelkedési sebességben jelentkező torzító hatását. A  $v_{x,lift,B}$  és  $v_{x,lift,B}^{D1}$  felületek között csak a szűrő

átviteli sávján kívül jelentkezik markáns eltérés. Ez – hasonlóan az elméleti függőleges többleterőhöz – annak a következménye, hogy az alkalmazott D1 Butterworth-szűrő a referencia-hibaalak nullvonalhoz viszonyított pozícióját jelentősen, de görbületi viszonyait kevésbé változtatja meg. Az elméleti függőleges többleterő esetében az alsó szélsőértéknél lévő második derivált, jelen esetben a felső szélsőértéknél vett második derivált változása volt a torzítási vizsgálatot befolyásoló tényező.



**32. ábra.** Elméleti emelkedési sebesség [km/h] az eredeti A, B, C referencia-hibaalakokon történő áthaladáskor ( $v_{x, \text{lift}, B}$ ) és a szűrt B referencia-hibaalakon történő áthaladáskor ( $v_{x, \text{lift}, B}^{D1}$ )

#### 4.5.2.4 Torzítás az elméleti igénybevételi impulzusban

A vágánygeometriai mérési eredmények torzításának a fent definiált elméleti igénybevételi impulzus tükrében történő vizsgálatával választ kerestem arra, hogy a szabványos sáváteresztő szűrésen átesett hosszfekszintmérési adatsorok milyen mértékben alkalmasak a pályahibákból eredő, további maradandó pályadeformáció-növekményeket okozó hatások impulzusszemponjú modellezésére.

A D1, D2 szűrők elméleti igénybevételi impulzusban megjelenő torzító hatásának demonstrálására a szűrésnek alávetett referencia-hibaalakok által a (61) egyenlet szerint meghatározható  $J^{D1}$ ,  $J^{D2}$  elméleti impulzusokat számítottam ki a (65) egyenlet szerinti diszkretizáció segítségével a következőképpen:

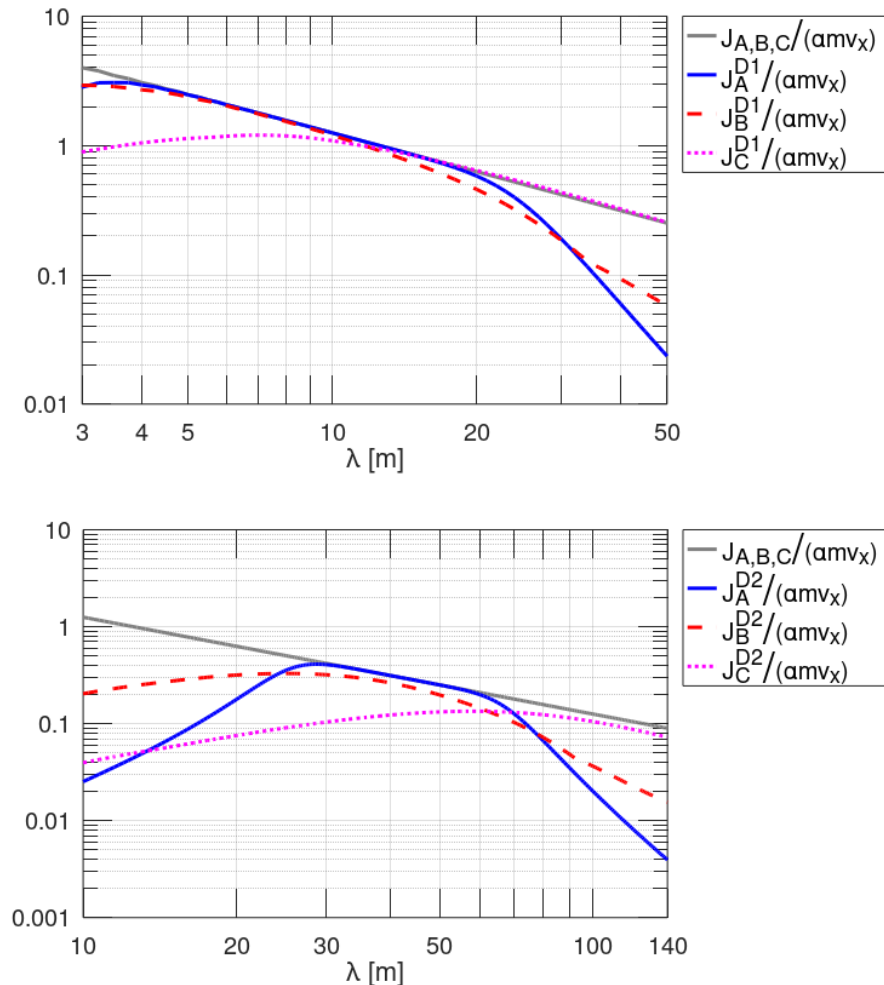
$$J^{D1} = m v_x \{ \max[(p^{D1})'] - \min[(p^{D1})'] \}. \quad (112)$$

$$J^{D2} = m v_x \{ \max[(p^{D2})'] - \min[(p^{D2})'] \}. \quad (113)$$

Az eredmények **33. ábrán** történő szemléltetése során a szűrők torzító hatását kívántam elsősorban megmutatni a  $\lambda$  hibahosszparaméter függvényében, ezért a többi,



elméleti igénybevételi impulzust meghatározó paramétert ( $\alpha$  hibaamplitúdót,  $m$  keréktömeget és  $v_x$  pályairányú kerékhaldási sebességet) egységnyi (vagyis 1) értékűnek tételeztem fel, így az ábra jelmagyarázatában látható relatív értékeket tüntettem fel grafikonok formájában. A **33. ábra** az egyes hibahosszak és hibaalakok függvényében kialakuló eredeti elméleti függőleges  $J$  impulzusokat és a szűrt (torzított) hibaalakon kialakuló  $J^{D1}$ ,  $J^{D2}$  impulzusokat egyaránt bemutatja.



**33. ábra.** Elméleti igénybevételi impulzus az eredeti A, B, C referencia-hibaalakokon történő áthaladáskor ( $J$ ) és a szűrt referencia-hibaalakokon történő áthaladáskor ( $J^{D1}$ ,  $J^{D2}$ ), egységnyi eredeti hibaamplitúdó, egységnyi keréktömeg és egységnyi haladási sebesség feltételezésével

A **33. ábra** szürke görbéiből látható, hogy az eredeti elméleti igénybevételi impulzus és a hibahossz között fordított arányosság van. Az  $A$  jelű referencia-hibaalak esetében az eredeti és szűrt pályaalakon számított impulzust reprezentáló görbe az adott sáváteresztő szűrő csillapításmentes sávjában tökéletesen fedi egymást, vagyis a szűrés torzítást nem okoz, hiszen a szűrt pályaalak ilyenkor megegyezik az eredetivel. A  $B$  jelű

referencia-hibaalak esetében az eredeti és D1-es görbe a csillapításmentes sáv 10 méteres hullámhossz alatti tartományában nagyrészt fedi egymást, vagyis a D1-es szűrés jelentős torzítást nem okoz, hiszen a süppedt pályaalak **29a ábrán** is látható szűrés utáni képében a süppedési völgy „lejtői” hasonló hajlásúak, mint az eredeti hibaalak esetén, így a **29b ábrán** feltüntetett első derivált, ezáltal a számított impulzus is hasonló nagyságú. A C jelű referencia-hibaalak esetében az eredeti és D1-es szűrt görbék a 10 méteres hullámhossz (5 méteres hibahossz) felett mutatnak jó egyezést.

#### 4.5.2.5 Torzítás az elméleti igénybevételi energiában

A vágánygeometriai mérési eredmények torzításának a fent definiált elméleti igénybevételi energia tükrében történő vizsgálatával választ kerestem arra, hogy a szabványos sáváteresztő szűrésen átesett hosszfekszintmérési adatsorok milyen mértékben alkalmasak a pályahibákból eredő, további maradandó pályadeformáció-növekményeket okozó hatások energiaszemléletű modellezésére.

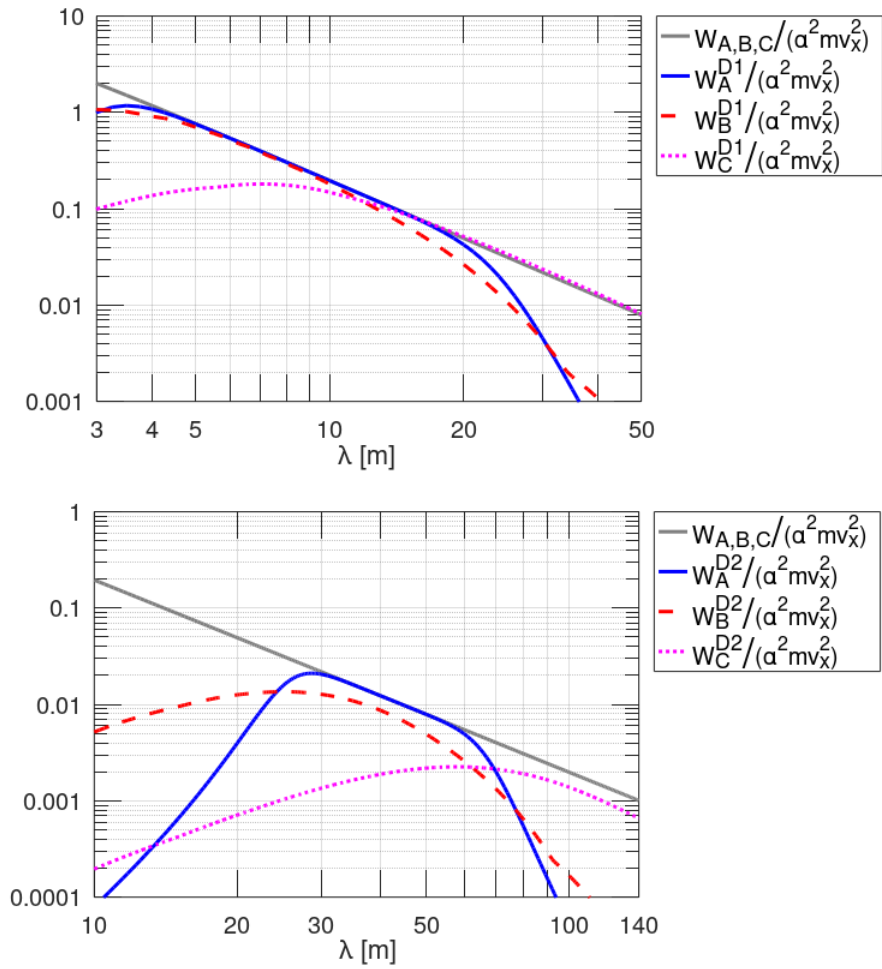
A D1, D2 szűrők elméleti igénybevételi energiában megjelenő torzító hatásának demonstrálására a szűrésnek alávetett referencia-hibaalakok által a (73) egyenlet szerint meghatározható  $W^{D1}, W^{D2}$  elméleti igénybevételi energiákat számítottam ki a (65) egyenlet szerinti diszkretizáció segítségével a következőképpen:

$$W^{D1} = \frac{mv_x^2}{2} (\max\{[(p^{D1})']^2\} - \min\{[(p^{D1})']^2\}), \quad (114)$$

$$W^{D2} = \frac{mv_x^2}{2} (\max\{[(p^{D2})']^2\} - \min\{[(p^{D2})']^2\}). \quad (115)$$

Az eredmények **34. ábrán** történő szemléltetése során a szűrők torzító hatását kívántam elsősorban megmutatni a  $\lambda$  hibahosszparaméter függvényében, ezért a többi, elméleti igénybevételi energiát meghatározó paramétert ( $\alpha$  hibaamplitúdót,  $m$  keréktömeget és  $v_x$  pályairányú kerékhaladási sebességet) egységnyi (vagyis 1) értékűnek tételeztem fel, így az ábra jelmagyarázatában látható relatív értékeket tüntettem fel grafikonok formájában. A **34. ábra** az egyes hibahosszak és hibaalakok függvényében kialakuló eredeti elméleti függőleges  $W$  energiákat és a szűrt (torzított) hibaalakon számítható  $W^{D1}, W^{D2}$  energiákat egyaránt bemutatja.

Az ábra alapján elméleti igénybevételi impulzusnál tett megállapításokhoz hasonló megállapítások tehetők a torzításokkal kapcsolatban.



**34. ábra.** Elméleti igénybevételi energia az eredeti A, B, C referencia-hibaalakokon történő áthaladáskor ( $W$ ) és a szűrt referencia-hibaalakokon történő áthaladáskor ( $W^{D1}$ ,  $W^{D2}$ ), egységnyi eredeti hibaamplitúdó, egységnyi keréktömeg és egységnyi haladási sebesség feltételezésével

A 4.5 fejezet főbb megállapításai alapján az alábbi téziseket fogalmaztam meg.

### 4.5.3 II. tézis

Szimulációs eljárást dolgoztam ki a más vágánygeometriai deformációktól távol eső deformációkat leíró mérési adatsorok sáváteresztő szűrésével járó szélsőérték-torzító hatás számszerűsítésére.

Megállapítottam, hogy az MSZ EN 13848 szabvány szerinti D1 és D2 hullámhossz-tartományokra történő sáváteresztő szűrés egyetlen koszinusz hullámmal modellezett, más vágánygeometriai deformációktól távol eső lokális deformációknál megjelenő szélsőérték-torzító hatása jelentős, és ilyen esetben a szűrt mérési regisztrátumnak a „csúcstól csúcsig” típusú kiértékelése mindig jobban közelíti a valós szélsőértéket, mint az „alaponaltól csúcsig” típusú kiértékelés.

A tézishez kapcsolódó publikációk: [Ágh, 2018a; Ágh, 2021a]

### 4.5.4 III. tézis

Bevezettem a vágánygeometriai hosszfekszinthibák pálya-jármű rendszerszemléletű értékelési módszereit a kerékáthaladás során megjelenő

- elméleti függőleges többleterő,
- elméleti igénybevételi impulzus és
- elméleti igénybevételi energia

alapján, illetve a kerék-sín erőkapcsolat megszűnésének határsebességét jellemző

- elméleti elemelkedési sebesség

alapján.

Meghatároztam rájuk vonatkozóan a szabványos, D1 és D2 hullámhossz-tartományokra történő sáváteresztő szűrés egyetlen koszinusz hullámmal modellezett, más hosszfekszint-deformációktól távol eső lokális hosszfekszint-deformációknál megjelenő torzító hatását. Megmutattam, hogy ez a torzító hatás csekély, ezért a szabványosan szűrt mérési regisztrátumok alkalmasak a pálya-jármű rendszer pályaoldali gerjesztésének modellezésére.

A tézishez kapcsolódó publikációk: [Ágh, 2018a; Ágh, 2021a]

## 5 FEKSZINTJELLEMZŐK JÁRMŰDINAMIKAI ÖSSZEFÜGGÉSEI

### 5.1 HIPOTÉZISEK

Az 5. fejezetben ismertetett kutatás az 1. fejezetben leírt motivációim figyelembevételével az alábbi hipotézisek bizonyítására irányult.

#### 5.1.1 IV. hipotézis

A vasúti járművek pályahibákon történő áthaladásakor kialakuló függőleges dinamikus kerék-sín kontakterők a hosszfekszint második differenciafüggvénye ismeretében jobban előrebecsülhetők, mint az *MSZ EN 13848-6* szabvány szerinti vágányminősítő referenciaindex ( $TQI_{ref}$ ) alapján.

#### 5.1.2 V. hipotézis

A vasúti járművekre ható, pályahibákból adódó keresztirányú többleterőknek a kerékpárok szabálytalan mozgásából adódó részét alapvetően a pálya keresztfekszintjének második térbeli differenciálhányadosa határozza meg.

## 5.2 A MÉRÉSEKHEZ HASZNÁLT JÁRMŰ ÉS MÉRŐRENDSZEREK

A vizsgálataimat a MÁV KfV Kft. *FMK-007* jelű mérőkocsijának mérési eredményei alapján végeztem el. Az *FMK-007* mérőkocsit a Nemzetközi Kocsiszabályzatnak (RIC) megfelelő „inter city”-kocsiból alakították ki 2001-ben. A kocsiszekrény acélszerkezeti részét a Ganz-Hunslet Rt., illetve a Ganz Vagon Kft. gyártotta. A kocsiszekrény 250 km/h sebességre alkalmas GH-250 típusú – a felhasznált mérések idején kigyózásgátlóval felszerelt – forgóvázakon nyugszik.

A jármű ütközők közötti hossza 26,4 m, forgócsaptávolsága 19,0 m (további méretei a **35. ábrán** láthatók). A mérőkocsi jellemző össztömege 54 t, ebből a kocsiszekrény tömege 41 t, a két forgóvázkeret tömege kerékpárok nélkül 7 t. Az 1. tengelyre eső nyugalmi tengelyterhelés 139 kN, a 4. tengelyre eső nyugalmi tengelyterhelés 128 kN. A kocsi hatóságilag engedélyezett legnagyobb sebessége 160 km/h.

Az *FMK-007* mérőkocsi – két függetlenül működő mérőrendszerével – egyszerre képes lézeres vágánygeometriai és inerciális járműdinamikai-mérést végezni.

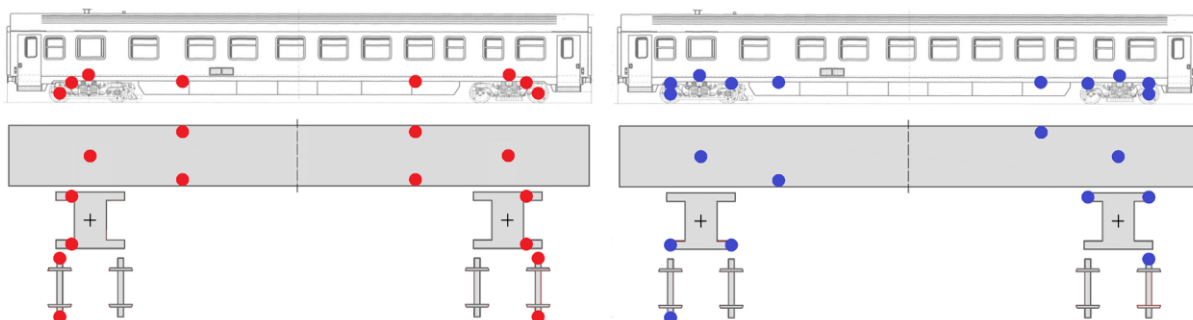


A mérőkocsi hat lézerprofilozót és egy inerciális egységet tartalmazó vágánygeometriai mérőrendszerét a Tecnogamma cég szállította. A **36. ábrán** látható lézeres keresztmetszetek  $4,011 + 19,068 = 23,079$  méter hosszából álló aszimmetrikus húrmagasságmérő rendszert alkotnak. Az inerciális egység (mely járműdinamikai mérőrendszernek nem része) a második lézeres keresztmetszetben helyezkedik el. Az eredeti hűrelrendezésnek megfelelő hosszfekszint- és iránymérési eredmények mellett automatikusan képi a torzításmentesített és egyúttal D1 vagy D2 hullámhossz-tartományra szabványosan sávszűrt adatsorokat, illetve egy tetszőleges hűrelrendezésre átszámított adatsorokat is.



**36. ábra.** Az FMK-007 vágánygeometriai mérőrendszerének lézeres-kamerás egységei

A mérőkocsin elhelyezett másik mérőrendszer, a járműdinamikai mérőrendszer jelfelvételét a mérőkocsi csapágytokjain, forgóvázkeretein és kocsiszekrényén elhelyezkedő huszonnégy gyorsulásmérő szenzor (**37. ábra**) végzi.



**37. ábra.** Az FMK-007 mérőkocsi járműdinamikai mérőrendszerét alkotó függőleges (piros) és keresztirányú (kék) gyorsulásmérő szenzorok elhelyezkedése a kocsiszekrényen, forgóvázkereteken és csapágytokokon

A csapágytokokra szerelt gyorsulásmérők mérési tartománya  $100\text{ g}$ , a forgóvázra és a kocsiszekrényre szerelt gyorsulásmérők mérési tartománya  $30\text{ g}$ . Valamennyi gyorsulásmérő szenzor egytengelyű és Brüel&Kjær (Hottinger) gyártmányú. A szenzorok az MGCplus típusú adatgyűjtő rendszerhez csatlakoznak, melynek mintavételi frekvenciája  $300\text{ Hz}$ . A kerék-sín kontakterők számításához felhasznált gyorsulási adatsorok egy másodrendű,  $16\text{ Hz}$ -es vágási frekvenciájú, aluláteresztő Butterworth-szűrésen esnek át.



**38. ábra.** Az FMK-007 mérőkocsi gyorsulásmérőinek forgóvázra és csapágytokra erősített szenzortartói

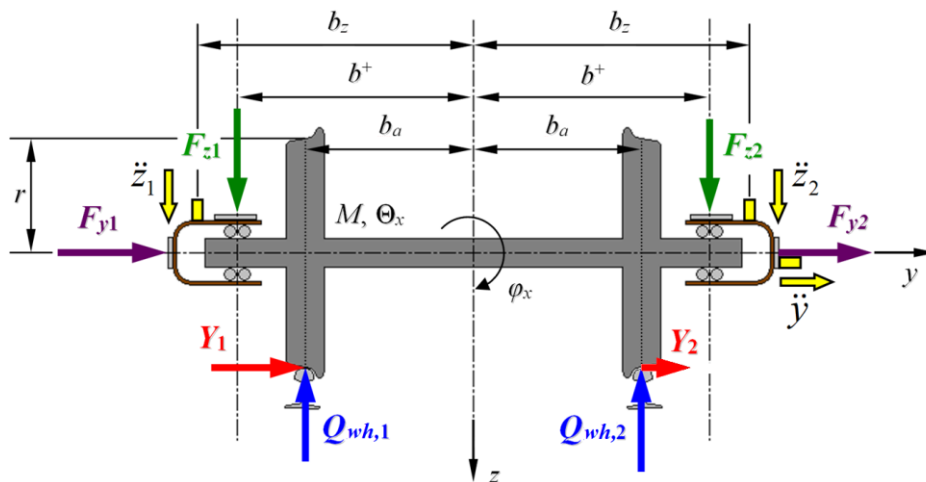
A járműdinamikai mérőrendszer a MÁV Fejlesztési és Kísérleti Intézete által 1998-ban kifejlesztett „indirekt WRIM” módszeren [Császár és Pálfi, 2013] alapul. Rendszeres pályafelügyeleti mérései során biztonsági paramétereket (siklásbiztonsági, kiegészítő siklásbiztonsági és a Prud'homme-képleten alapuló pályabiztonsági jellemző), pályai igénybevételi paramétereket (függőleges vágány- és sínszál-többletterhelési jellemzők, vágányra ható keresztirányú erő) és utazásikomfort-paramétereket számít, illetve értékeli [Ágh, 2019b].

A függőleges dinamikus  $Q_{wh}$  kerék-sín kontakterők és  $Q_{ax}$  kerékpár-vágány erők méréséhez és számításához használt módszert a MÁV VMMSZK (Vasúti Mérnöki és Mérésügyi Szolgáltató Központ) által publikált konferenciák [Császár és Pálfi, 2013] alapján mutatom be.

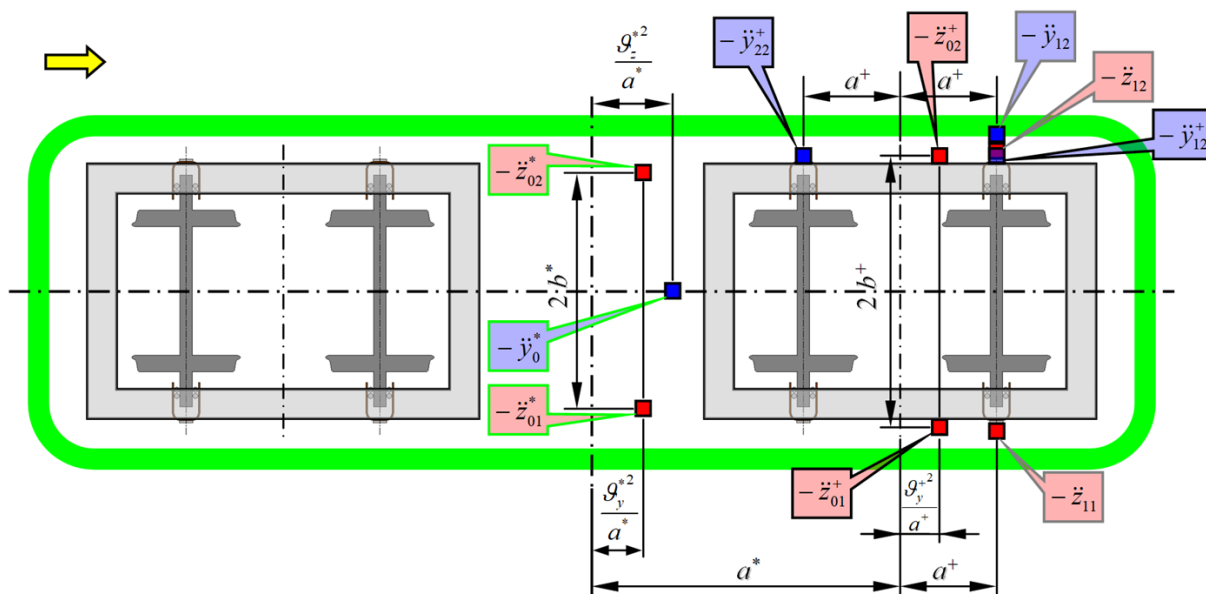
Newton II. törvénye alapján a járműkerékpár gyorsulásait a rá ható erők (dinamikus kerék-sín kontakterők és csapágytokokon a forgóváz felől átadódó erők) határozzák meg. Ha tehát a gyorsulások és a csapágytokokon átadódó erők ismertek, az ismeretlen kerék-sín kontakterők a kerékpár méretei és tömegjellemzői ismeretében kiszámíthatók.

A **39.** és **40. ábrák** mutatják be a szenzorok elhelyezését, illetve a kerék-sín kontakterők számításához szükséges jellemző geometriai méreteket, illetve tömegjellemzőket.  $M$  a tömeget,  $\theta$  a tehetetlenségi nyomatékot,  $a$ ,  $b$  és  $r$  pedig az ábrákon megjelölt geometriai méreteket jelentik. A felső „+” index a forgóvázra, a „\*” index kocsiszekrényre utal, a felső index hiánya a csapágytokra vonatkozó mennyiséget jelenti. Az  $\ddot{y}$  és  $\ddot{z}$  jelölik a mért keresztirányú és függőleges gyorsulásokat,  $\ddot{\varphi}$  pedig a szöggyorsulást.





39. ábra. Kerékpárra ható erők és gyorsulások [Császár és Pálfi, 2013]



40. ábra. Kerék-sín kontakterők számításához szükséges függőleges (piros) és keresztirányú (kék) gyorsulásmérők a kocsiszekrényen, forgóvázkereten és csapágytokon a sárga nyíllal jelölt menetirányban [Császár és Pálfi, 2013]

A 39. ábra jelöléseivel a függőleges dinamikus (statikus súlyerőn kívüli) kerék-sín kontakterők ( $Q_{wh,1}$  és  $Q_{wh,2}$ ) nagysága a kerékpárra felírható függőleges vetületi erőegyenlet és a nyomatéki egyenlet alapján a következő:

$$Q_{wh,1} = \frac{F_{z1} + F_{z2} - M\ddot{z}}{2} + \frac{(F_{z1} - F_{z2})b^+ - \Theta_x \ddot{\varphi}_x + r \Sigma Y}{2b_a}, \quad (116)$$

$$Q_{wh,2} = \frac{F_{z1} + F_{z2} - M\ddot{z}}{2} + \frac{(F_{z2} - F_{z1})b^+ + \Theta_x \ddot{\varphi}_x - r \Sigma Y}{2b_a}, \quad (117)$$

ahol a vágányra ható összegzett keresztirányú erő ( $\Sigma Y$ ) nagysága a kerékpárra felírható vízszintes vetületi erőegyenlet alapján:

$$\Sigma Y = Y_1 + Y_2 = M\ddot{y} - (F_{y1} + F_{y2}) = M\ddot{y} - \Sigma F_y, \quad (118)$$

illetve a tömegközépponti függőleges gyorsulás a csapágytok-szenzorok adatai alapján:

$$\ddot{z} = \frac{\ddot{z}_1 + \ddot{z}_2}{2}, \quad (119)$$

továbbá a tömegközépponti szöggyorsulás a csapágytok-szenzorok adatai alapján:

$$\ddot{\varphi} = \frac{\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1}{2b_z}. \quad (120)$$

A (116) és (117) egyenlet összegzésével a függőleges pillanatnyi tengelyterhelést ( $Q_{ax}$ ) kapjuk, amelyben nyomatékai tag már nem szerepel:

$$Q_{ax} = Q_{wh,1} + Q_{wh,2} = F_{z1} + F_{z2} - M\ddot{z}. \quad (121)$$

A kerékpárra ható keresztirányú  $F_{y1}$ ,  $F_{y2}$  dinamikus jobb és bal oldali csapágyerők összegének nagysága a szekrényt és a forgóvázat megtámasztó keresztterőkből tevődik össze:

$$\Sigma F_y = F_{y1} + F_{y2} = F_y^* + F_y^+, \quad (122)$$

ahol a kocsiszekrényt megtámasztó erő:

$$F_y^* = -\frac{M^*}{4} \ddot{y}_0^*, \quad (123)$$

amennyiben  $\ddot{y}_0^*$  szenzor helye a **40. ábrán** feltüntetett inerciasugáron van, ahol

$$\frac{(\vartheta_z^*)^2}{a^*} = \frac{\Theta_z^*}{M^* a^*}. \quad (124)$$

A forgóváz gyorsulásából számítható keresztirányú megtámasztó erő:

$$F_y^+ = -\left[ \left( \frac{M^+}{4} + \frac{\Theta_z^+}{4(a^+)^2} \right) \ddot{y}_{12}^+ + \left( \frac{M^+}{4} - \frac{\Theta_z^+}{4(a^+)^2} \right) \ddot{y}_{22}^+ \right]. \quad (125)$$

A függőleges csapágyerők számítása a mért kocsiszekrény- és forgóvázgyorsulásokból a fent már meghatározott  $F_y^*$  és  $F_y^+$  erők nyomatékának figyelembevételével, továbbá a **40. ábrán** feltüntetett,

$$\frac{(\vartheta_y^*)^2}{a^*} = \frac{\Theta_y^*}{M^* a^*}, \quad (126)$$

$$\frac{(\vartheta_y^+)^2}{a^+} = \frac{\Theta_y^+}{M^+ a^+}, \quad (127)$$

képletek segítségével számítható inerciasugarakon elhelyezett forgóváz- és kocsiszekrény szenzorok esetén a következőképp történik:

$$F_{z1} = -(k_{z1}^* z_{01}^* + k_{z2}^* z_{02}^* + k_{z1}^+ z_{01}^+ + k_{z2}^+ z_{02}^+) + k_{zy}^* F_y^* + k_{zy}^+ F_y^+, \quad (128)$$

$$F_{z2} = -(k_{z1}^* z_{01}^* + k_{z2}^* z_{02}^* + k_{z1}^+ z_{01}^+ + k_{z2}^+ z_{02}^+) - k_{zy}^* F_y^* - k_{zy}^+ F_y^+, \quad (129)$$

ahová a következő, geometriai méretektől és tömegjellemzőktől függő, járműre jellemző konstansok helyettesíthetők be:

$$k_{z1}^* = \frac{M^*}{16} + \frac{\Theta_x^*}{16 b^+ b^*}, \quad (130)$$

$$k_{z2}^* = \frac{M^*}{16} - \frac{\Theta_x^*}{16 b^+ b^*}, \quad (131)$$

$$k_{z1}^+ = \frac{M^+}{8} + \frac{\Theta_x^+}{8 (b^+)^2}, \quad (132)$$

$$k_{z2}^+ = \frac{M^+}{8} - \frac{\Theta_x^+}{8 (b^+)^2}, \quad (133)$$

$$k_{zy}^* = \frac{c_s^*}{2 b^+}, \quad (134)$$

$$k_{zy}^+ = \frac{c_s^+}{2 b^+}, \quad (135)$$

ahol  $c_s^+$  és  $c_s^*$  a kerékpártengelynek forgóváz tömegközéppontjától, illetve a kocsiszekrény tömegközéppontjától mért függőleges távolságát jelentik.

A mérőrendszer 30 km/h feletti mérési sebességtartományban képes pontos eredményeket szolgáltatni.

## 5.3 HOSSZFEKSZINT ÉS FÜGGŐLEGES JÁRMŰ-TÖBBLETTERHELÉSEK KÖZTI ÖSSZEFÜGGÉS

A hosszfekszinthibákon átgördülő egyetlen, szabadon futó kerékből származó többleterőkre a fentiekben már levezettem az összefüggést, lásd a (49) egyenletet. Ebben a fejezetben azonban a teljes járműből (nem pusztán egy kerékből) keletkező többletterhelések vizsgálatát mutatom be. A vasúti jármű bonyolult, nemlineáris rendszerként viselkedő szerkezeti felépítése miatt a kerék-sín kontakterők a szabálytalan pályagerjesztés (hosszfekszint) alapján nehezen számíthatók, ezért mérési eredmények alapján empirikus összefüggés kidolgozását tűztem ki célul.

### 5.3.1 A vizsgálati módszer

A hosszfekszint és a függőleges kerék-sín kontakterők közti sebességtől is függő statisztikai kapcsolat feltérképezéséhez felhasznált mérési alapparaméterek a következők voltak: hosszfekszint ( $LL$ ), függőleges kerék-sín kontakterők a menetirány szerinti első kerékpáron ( $Q_{wh1}$ ,  $Q_{wh2}$ ) és a jármű sebessége ( $v$ ). Az eredményeket 200 m hosszú, nem átfedő szakaszokon értékelttem. A szakaszra jellemző értékeket szórásaként (a hosszfekszint és a függőleges kerék-sín kontakterők esetében), illetve átlagértékként (a sebesség esetében) vettem figyelembe.

Ahogy ezt az értekezés korábbi részében bemutattam, az MSZ EN 13848-1 európai szabvány szerinti térbeli sáváteresztő szűrők jelentősen torzítják a más hibáktól elszigetelt lokális hibák valódi alakját, azonban azt is megmutattam, hogy a D1-es szűrő által torzított hibaalakokon a kétszeres integrálással számítható elméleti függőleges többleterő a szűrő átviteli tartományában mégis megközelíti a valóságot. Emiatt, illetve a különböző mérőrendszerek adatainak összehasonlítása érdekében a továbbiakban a D1-es szűrővel szűrt adatsorokat vettem figyelembe. Ezt azonban kétféle módon vizsgáltam:

- A D1-es hosszfekszint további feldolgozása nélküli szakaszos szórásaként, a továbbiakban:  $\sigma(LL)$ , mivel ez az MSZ EN 13848-6 szabvány szerinti pályaállapot-megítélési általános referenciamérőszám;
- a D1-es hosszfekszint második térbeli differenciájának szakaszos szórásaként, továbbiakban:  $\sigma(LL')$ , mivel az egyetlen kerékre levezetett (49) egyenletben a hosszfekszint második differenciálhányadosa szerepel,

illetve a vonatkozó szakirodalom is a második derivált szerepét hangsúlyozza a jármű-reakcióerőben [Li et al., 2012; Karis et al., 2020].

A második differenciát az (50) egyenletben szereplő differenciahányados számlálójában szereplő szokásos numerikus modellező séma szerint számítottam a mérőkocsi mérőrendszere által már D1-es hullámhossz-tartományra szűrt adatsor adataiból. A differenciaszámítás lépésközét a kutatásom során szerzett tapasztalataim, reziduumminimalizáló iterációk alapján nem a mintavételezési lépésközzel megegyezően, hanem  $\Delta x = 0,75$  m-nek vettem fel, vagyis az alkalmazott differencia minden értéke egy 1,5 méter hosszú szakaszon elhelyezkedő három mérési pontból származik. Az (50) egyenlet szerinti második differenciahányados nevezőjében szereplő  $\Delta x^2$  a regressziószámítás során – mint konstans szorzó – nem releváns, ezért differenciahányados helyett a nevező elhagyásával és a szelvényezés és hosszfekszint különböző mértékegységének (m, mm) megtartásával egyszerűen a második differenciát számítottam ki:

$$LL''(x) = LL_{D1}(x - \Delta x) - 2 LL_{D1}(x) + LL_{D1}(x + \Delta x) \quad [\text{mm}], \quad (136)$$

ahol  $x$  értékei méterben értendők,  $\Delta x$  értéke 0,75 méter,  $LL_{D1}$  értékei pedig milliméterben értendők.

A 200 méteres minősítési szakaszokon a hosszfekszint, ill. a hosszfekszint második differenciájának szórását is számítottam a jobb ( $wh1$ ) és bal ( $wh2$ ) sínszállra vonatkozóan, majd – az *MSZ EN 13848-6* szabvány szerinti  $TQI_{ref}$  számítási előírásának megfelelően – a két sínszállra számított szórás átlagát tekintettem a szakaszt jellemző mérőszámnak:

$$\sigma(LL) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left[ LL_{wh1,i} - \frac{\sum_{i=1}^N (LL_{wh1,i})}{N} \right]^2}{N-1} + \frac{\sum_{i=1}^N \left[ LL_{wh2,i} - \frac{\sum_{i=1}^N (LL_{wh2,i})}{N} \right]^2}{N-1}}{2} \quad [\text{mm}], \quad (137)$$

$$\sigma(LL'') = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left[ LL''_{wh1,i} - \frac{\sum_{i=1}^N (LL''_{wh1,i})}{N} \right]^2}{N-1} + \frac{\sum_{i=1}^N \left[ LL''_{wh2,i} - \frac{\sum_{i=1}^N (LL''_{wh2,i})}{N} \right]^2}{N-1}}{2} \quad [\text{mm}], \quad (138)$$

ahol  $N$  a 200 méteres minősítési hosszban szereplő diszkrét (25 centiméterenkénti) hosszfekszintértékek száma, értéke 800.

A hosszfekszintnek mint valószínűségi változónak a várható értéke – a magassági lekerekítések környezetét kivéve – zérus; a szórását a pályaeegyenetlenségek okozzák. A szórásképletben szereplő átlagok helyére 0-t helyettesítve a képletek így egyszerűsödnek:

$$\sigma(LL) = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (LL_{wh1,i})^2}{N-1}} + \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (LL_{wh2,i})^2}{N-1}}}{2} \text{ [mm]}, \quad (139)$$

$$\sigma(LL'') = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (LL''_{wh1,i})^2}{N-1}} + \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (LL''_{wh2,i})^2}{N-1}}}{2} \text{ [mm]}, \quad (140)$$

A függőleges kerékerők szórását szintén kétféle módon vizsgáltam:

- A menetirány szerinti első kerékpáron mért pillanatnyi, statikus súlytól eltérést okozó dinamikus tengelyterhelés-változások ( $Q_{ax}$ ) szakaszos szórásaként, a továbbiakban:  $\sigma(Q_{ax})$ ;
- a menetirány szerinti első kerékpáron mért pillanatnyi, statikus súlytól eltérést okozó dinamikus jobb és bal kerékterhelés-változások ( $Q_{wh}$ ) összesített szakaszos szórásaként, a továbbiakban:  $\sigma(Q_{wh})$ .

A függőleges kerék-sín kontakterőket az FMK-007 mérőkocsi mérőrendszere a pályafelületei mérések során közvetlenül nem jeleníti meg, csak a pozitív előjelű kerék- és pálya-többletterheléseket mutatja meg (a tehermentesüléseket nem) relatív, százalékos formában. Ezért a vizsgálataim során a kerékerőket leíró teljes adatsort a mérőrendszer részletes naplófájljai alapján számítottam ki minden mintavételi pontban.

A pillanatnyi összes tengelyterhelésnek mint valószínűségi változónak a várható értéke a jármű nyugalmi súlyának az adott tengelyre eső részével egyenlő (kivéve a már hosszfekszintnél is említett magassági lekerekítéseket, illetve helyszínrajzi ívekben egy elhanyagolhatóan kicsi növekményt, amit a körpályán tartó erő vetülete okoz a túlemelt vágányon). A szórást alapvetően a pálya-jármű rendszerben létrejövő parazitamozgások (támolygás, bólintás, rázás) hozzák létre, melyeket főként a pályaeegyenlenségek okozzák, de egyéb hatások is szerepet játszhatnak (pl. járműfutási rendellenesség). A statikus részt levonva a dinamikus tengelyterhelés-változás várható értéke 0.

A pillanatnyi függőleges kerékterhelésnek mint valószínűségi változónak a várható értéke egyenesben a jármű nyugalmi súlyának az adott kerékre eső részével egyenlő, de minden átmenetiívben és ívben – a pillanatnyi sebesség és túlemelés függvényében – ez megváltozik (természetesen ebben az esetben is igaz, hogy nem pusztán a pálya befolyásolja a kialakuló többletterőket: a szomszédos vágányon elhaladó másik jármű okozta légnyomásváltozás lökőhatásából keletkező nyomatékreakcióerőpárjai is erősen megjelenhetnek [Luber et al., 2018]). A dinamikus kerékterhek szórásának vizsgálata a fentiek miatt kizárólag egyenes pályaszakaszokra terjedt ki, az

átmenetiíveket és íveket tartalmazó minősítési szakaszokat töröltem az értékelésből, illetve a hosszfekszinttel való összevetésből. (A tengelyterhelések esetében viszont az íves és átmenetiíves minősítési szakaszokat is meghagytam a regressziószámításba bevont adatok közt.) A statikus részt levonva a dinamikus függőleges kerék-sín kontakterő-változás (dinamikus kerékterhelés) várható értéke 0. Így – a hosszfekszintnél már alkalmazott módon – a szórásképletben szereplő átlagot a teljes kerékpár (tengely) és az egyes kerekeknél ébredő erőváltozások esetében is 0-nak felvéve, illetve a jobb és bal kerék mérési eredményeinek szórását – azok statisztikai hasonlósága miatt – egy lépésben számítva a regressziószámításba bevont dinamikai mérőszámok a következők:

$$\sigma(Q_{ax}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left[ Q_{ax} - \frac{\sum_{i=1}^N (Q_{ax,i})}{N} \right]^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Q_{ax,i})^2}{N-1}} \text{ [kN]}, \quad (141)$$

$$\sigma(Q_{wh}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Q_{wh1,i})^2 + \sum_{i=1}^N (Q_{wh2,i})^2}{2N-1}} \text{ [kN]}. \quad (142)$$

ahol  $N$  a 200 méteres minősítési hosszban szereplő diszkrét (300 Hz-es mintavételi frekvenciának megfelelő 0,0033 másodpercenként felvett) gyorsulásmérésekből számított erőmérési eredmények száma.

Az adott minősítő szakaszon érvényesnek tekintett sebesség az összes rögzített sebességérték átlaga:

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^N (v_i)}{N} \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]. \quad (143)$$

A mérési eredményeket négy különböző magyarországi vasútvonalról gyűjtöttem össze. A négy vasútvonal közül az egyik egy hevederes sínillesztésű, regionális pálya, a másik három vonal pedig a hézagnélküli vágánnyal kialakított, transz-európai vasúti áru fuvarozási hálózat részét képező országos törzshálózati vasúti pálya. Valamennyi pálya zúzottkő ágyazatú. A mérővonat egy „M61” típusú mozdonyból és az FMK-007 mérőkocsiból állt, a maximális haladási sebesség 130 km/h volt.

A tengelyterhelések szórásának vizsgálatához összesen 2398 db, az adott vasútvonalon egymást követő 200 m-es szakaszt vizsgáltam, ami 479,6 km vágányhosszt jelent. Az íves és átmenetiíves szakaszok kiszűrése után a kerékterhelések szórásának vizsgálatához 1432 db 200 m hosszúságú szakaszt vizsgáltam, ami 286,4 kilométernyi vágányhossznak felel meg.

Az FMK-007 mérőkocsi mérőmenetei alapján a függőleges pályaegyenletlenségek ( $\sigma(LL'')$  és  $\sigma(LL)$ ), az átlagos járműsebesség ( $\bar{v}$ ) és a függőleges dinamikus pálya-jármű erők (teljes kerékpár esetén  $\sigma(Q_{ax})$  és egy kerék esetén  $\sigma(Q_{wh})$ ) összetartozó értékeit a **41.** és **42. ábrán** látható háromdimenziós diagramokon piros körökkel jelöltem.

A fellépő erő becslésére a minősítési szakaszokra jellemző geometriai és sebességadat alapján többváltozós regressziót alkalmaztam. Az eredmények részhalmazainak szemléltetése (pl. **43., 44. ábrák**) alapján az a sejtés fogalmazódott meg bennem, hogy a sebesség és a függőleges pálya-jármű erők szórása közötti kapcsolat lineárisnak tekinthető, azonban ez matematikai igazolásra szorult. A vizsgált hosszfekszint-mérőszámok szórása és a függőleges pálya-jármű erők szórása közötti kapcsolat között pedig nemlineáris kapcsolatot figyeltem meg. Ezért a következő általános regressziós sémát alkalmaztam:

$$\sigma(Q_{(j)}) = c_1 (\bar{v})^{c_3} [\sigma(LL^{(k)})]^{c_2} + \varepsilon , \quad (144)$$

ahol  $\sigma(Q_{(j)})$  a  $Q_{wh}$  vagy  $Q_{ax}$  becsült szórását jelenti,  $\sigma(LL^{(k)})$  az  $LL$  vagy  $LL''$  szórását jelzi,  $c_1$ ,  $c_2$  és  $c_3$  pedig optimalizálandó konstansok, melyekkel az  $\varepsilon$  hiba minimalizálandó. A mért értékekből az alábbi,  $LL$ ,  $LL''$ ,  $\bar{v}$ , valamint  $\sigma(Q_{ax})$  és  $\sigma(Q_{wh})$  valós mért értékeit tartalmazó

$$c_1 \begin{bmatrix} (\bar{v}_1)^{c_3} [\sigma(LL^{(k)})_1]^{c_2} \\ (\bar{v}_2)^{c_3} [\sigma(LL^{(k)})_2]^{c_2} \\ \dots \\ (\bar{v}_n)^{c_3} [\sigma(LL^{(k)})_n]^{c_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma(Q_{(j)})_1 \\ \sigma(Q_{(j)})_2 \\ \dots \\ \sigma(Q_{(j)})_n \end{bmatrix} \quad (145)$$

alakú mátrix-egyenletrendszeret képeztem. A  $c$  konstansok optimális értékeinek meghatározásához a nemlineáris (144) modellt tízes alapú logaritmus (lg) segítségével a következő módon linearizáltam:

$$\lg(c_1) + c_3 \begin{bmatrix} \lg(\bar{v}_1) \\ \lg(\bar{v}_2) \\ \dots \\ \lg(\bar{v}_n) \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} \lg[\sigma(LL^{(k)})_1] \\ \lg[\sigma(LL^{(k)})_2] \\ \dots \\ \lg[\sigma(LL^{(k)})_n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lg[\sigma(Q_{(j)})_1] \\ \lg[\sigma(Q_{(j)})_2] \\ \dots \\ \lg[\sigma(Q_{(j)})_n] \end{bmatrix} \quad (146)$$

majd  $\lg c_1$ ,  $c_3$  és  $c_2$  értékeit többváltozós lineáris regresszióval (Octave program *regress* függvényével) kiszámítottam. Ezután a linearizált modellben kiszámoltam minden



esetben a determinációs együtthatókat. Az eredeti, nemlineáris modellbe visszatérve kiszámítottam a  $\sigma(Q_{ax})$ -ra és  $\sigma(Q_{wh})$ -ra vonatkozó, (144) szerinti becslések átlagos négyzetes hibáját is.

Számításaimat a nemlineáris modellben végzett optimalizálással ellenőriztem, melynek során  $c_2$  és  $c_3$  sok különböző kombinációjának kipróbálásával az egyenletrendszert minden kombináció esetén  $c_1$ -re oldottam meg (az Octave program *linsolve* függvényével)  $LL$  és  $LL''$ , illetve  $\sigma(Q_{ax})$  és  $\sigma(Q_{wh})$  esetén külön-külön. Ezek után kiszámítottam  $\sigma(Q_{ax})$ -ra és  $\sigma(Q_{wh})$ -ra vonatkozó, (144) szerinti becslések átlagos négyzetes hibáját minden megkapott  $c_2$ ,  $c_3$  paraméterkombinációra a  $c_1$  megfelelő értékével, és megkerestem a minimális négyzetes hibára vonatkozó számhármassokat. A nemlineáris modellben determinációs együtthatót nem számítottam, mivel a determinációs együttható rendszerint csak lineáris modellben értelmezhető.

### 5.3.2 Eredmények

A sebességre vonatkozó fent megfogalmazott sejtésem beigazolódott, mert  $c_3$ -ra az 1-es (vagy ahhoz nagyon közeli) érték mutatkozott optimálisnak  $LL$  és  $LL''$  használata esetén is,  $c_2$  és  $c_1$  paraméterektől lényegében függetlenül. A  $c_2$  és  $c_1$  paraméterek ( $c_3=1,00$  feltétel mellett) optimális értékei a következők.

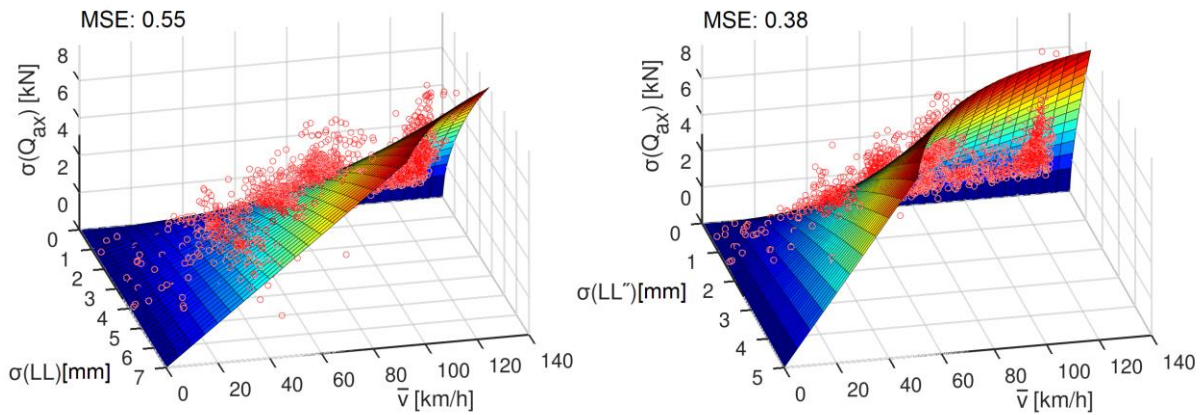
Az FMK-007 mérőkocsi menetirány szerinti első kerékpárja és a vágány között menet közben fellépő (nyugalmi helyzetben az "A" végen 139 kN, "B" végen 128 kN nagyságú) függőleges erő szórása a következő módokon becsülhető:

$$\sigma(Q_{ax})_{[kN]} = 0,029 \cdot \bar{v}_{\left[\frac{km}{h}\right]} \cdot [\sigma(LL_{[mm]})]^{2/3} + \varepsilon_1, \quad (147)$$

$$\sigma(Q_{ax})_{[kN]} = 0,058 \cdot \bar{v}_{\left[\frac{km}{h}\right]} \cdot [\sigma(LL''_{[mm]})]^{3/4} + \varepsilon_2, \quad (148)$$

ahol a  $Q_{ax}$  erők szórása kN mértékegységben,  $\bar{v}$  átlagsebesség km/h-ban, míg  $LL$  és  $LL''$  szórása mm mértékegységben értelmezett. A (147) és (148) egyenlet által meghatározott felületeket – a 200 méteres minősítési szakaszokra jellemző mérési eredményekkel (vörös körök) együtt – a **41. ábrán** szemléltetem. A (147) egyenlet szerinti becslés determinációs együtthatója 0,77; átlagos négyzetes hibája 0,55 kN<sup>2</sup>, míg a (148) egyenlet szerinti becslés esetében a determinációs együttható 0,84; az átlagos négyzetes hiba 0,38 kN<sup>2</sup>. Ez azt jelenti, hogy a hosszfekszint második differenciáján alapuló becslés a jobb.

Megjegyzem, hogy az ábrán látható erőértékek csekélynek tűnhetnek a mérőkocsi kb. 135 kN-os nyugalmi tengelyterheléséhez képest, azonban a dinamikus tengelyterhelés-többszörös vagy tengely-tehermentesülés pillanatnyi értéke a szórás többszöröse is lehet.



**41. ábra.** Az FMK-007 mérőkocsi első kerékpárjáról a vágányra átadódó függőleges erő szórását a sebesség és a hosszfekszint szórása (balra) ill. a hosszfekszint második differenciájának szórása (jobbra) függvényében becsülő regressziós felületek

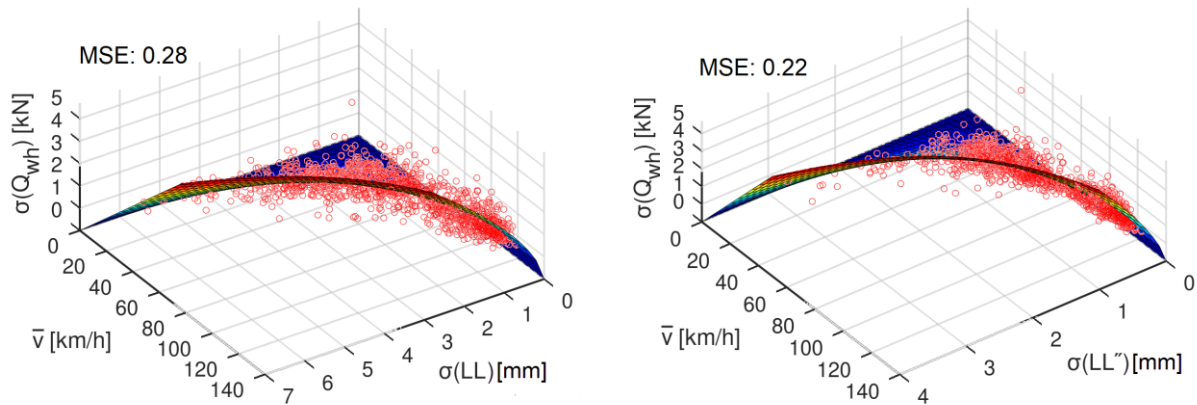
Az FMK-007 mérőkocsi menetirány szerinti első kerékpárjának kerekeinél menet közben fellépő (nyugalmi helyzetben az "A" végen 70 kN, "B" végen 64 kN nagyságú) függőleges kerék-sín kontakterők szórása a következő módokon becsülhető:

$$\sigma(Q_{wh})_{[kN]} = 0,020 \cdot \bar{v}_{\left[\frac{km}{h}\right]} \cdot [\sigma(LL_{[mm]})]^{2/3} + \varepsilon_3, \quad (149)$$

$$\sigma(Q_{wh})_{[kN]} = 0,040 \cdot \bar{v}_{\left[\frac{km}{h}\right]} \cdot [\sigma(LL''_{[mm]})]^{3/4} + \varepsilon_4, \quad (150)$$

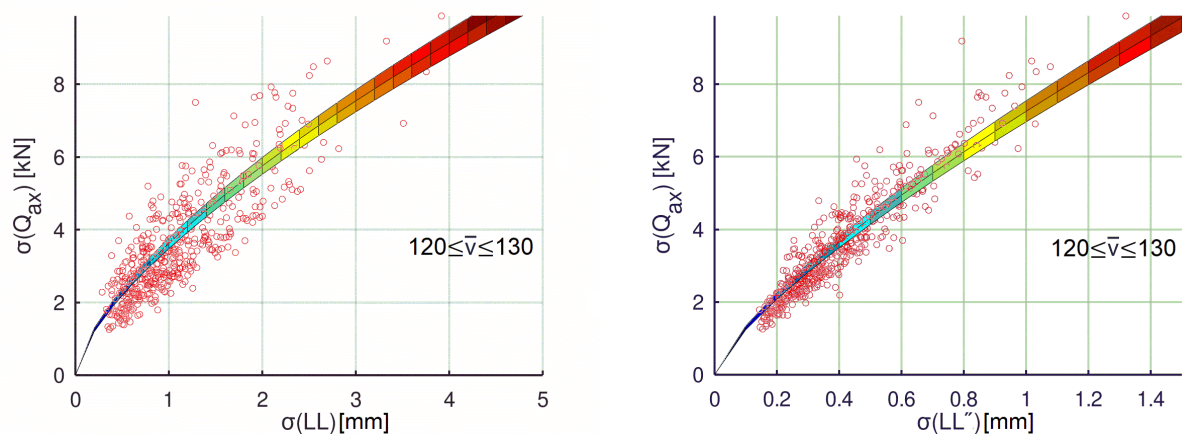
ahol a  $Q_{wh}$  erők szórása kN mértékegységben,  $\bar{v}$  átlagsebesség km/h-ban, míg  $LL$  és  $LL''$  szórása mm mértékegységben értelmezett. Az (149) és (150) egyenlet által meghatározott felületeket – a 200 méteres minősítési szakaszokra jellemző mérési eredményekkel (piros körök) együtt – a **42. ábrán** szemléltetem. A (149) egyenlet szerinti becslés determinációs együtthatója 0,72; átlagos négyzetes hibája 0,28 kN<sup>2</sup>, míg a (150) egyenlet szerinti becslés esetében a determinációs együttható 0,79; az átlagos négyzetes hiba 0,22 kN<sup>2</sup>. Ez azt jelenti, hogy a hosszfekszint második differenciáján alapuló becslés a jobb.

Megjegyzem, hogy az ábrán látható erőértékek csekélynek tűnhetnek a mérőkocsi kb. 70 kN-os nyugalmi kerékterheléséhez képest, azonban a dinamikus kerékterhelés-többszörös vagy kerék-tehermentesülés pillanatnyi értéke a szórás többszöröse is lehet.

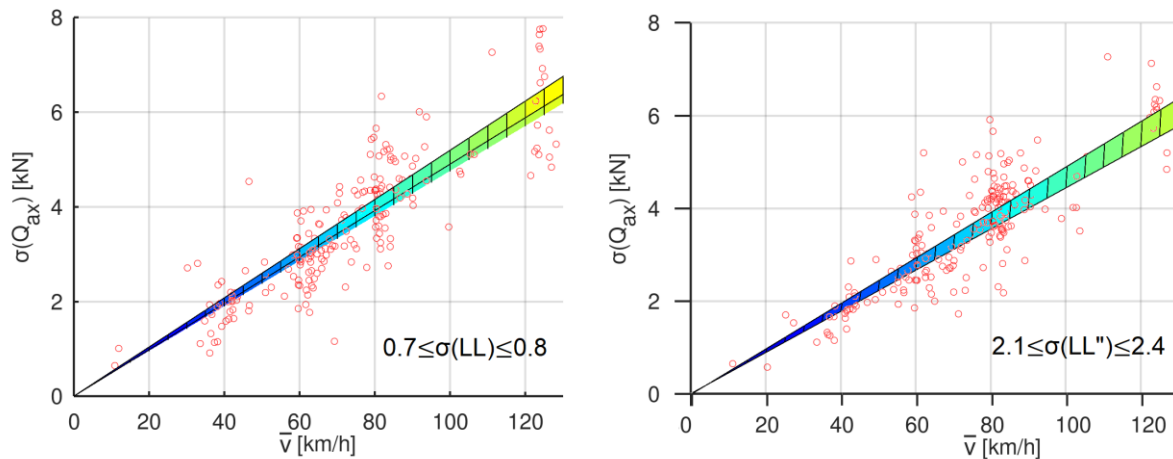


**42. ábra.** Az FMK-007 mérőkocsi első kerekeiről a sínszálakra átadódó függőleges erő szórását a sebesség és a hosszfekszint szórása (balra) ill. a hosszfekszint második differenciájának szórása (jobbra) függvényében becsülő regressziós felületek

Az adathalmaz egyes részalmazait, illetve a fent említett tengelyterhelés-szórási becslésekhez tartozó keskeny felületrészeket mutatok be a következő ábrákon. A **43. ábra** a pálya hosszfekszinttel, illetve hosszfekszint-differenciával jellemzett általános állapotának hatását mutatja a függőleges kerékpár-vágány erőkre egy adott sebességtartományban (120...130 km/h). A **44. ábra** a sebesség megváltozásának hatását mutatja a függőleges kerékpár-vágány erőkre egy adott pályaminőségi tartományban.



**43. ábra** Az FMK-007 mérőkocsi első kerékpárjáról a vágányra átadódó függőleges erő szórását 120...130 km/h sebességtartományban a hosszfekszint szórása függvényében (balra), illetve a hosszfekszint második differenciájának szórása függvényében (jobbra) becsülő regressziós felületrészek



**44. ábra.** Az FMK-007 mérőkocsi első kerékpárjáról a vágányra átadódó függőleges erő szórását a sebesség függvényében a hosszfekszint szórásának feltüntetett tartományában (balra), ill. a hosszfekszint második differenciája szórásának az ábrán feltüntetett tartományában (jobbra) becslő regressziós felületek

Az **6. táblázatban** a (149-150) becslésekből számítható dinamikus tényezőket mutatom be különböző sebességek esetén, összevetve a 3.4 fejezetben bemutatott Eisenmann-féle becslésekkel, a **2. táblázat** szerinti, megfelelő pályaállapot-kategóriák megjelölésével, valamint a statikus erőrészt és a dinamikus erőrészt háromszoros becslt szórásának segítségével kiszámolt 0,01%, ill. 99,9% *meg nem haladási valószínűségű* erőértékek közlésével.

**6. táblázat.** FMK-007 mérőkocsi dinamikus tényezője az Eisenmann-féle dinamikus tényező tükrében

statikus kerékterhelés	sebesség	pályaállapot				dinamikus tényező (99,9% valósz.)		függőleges kerékerő			
		MSZ EN 13848-6 szerinti osztály	$\sigma(LL)$	$\sigma(LL'')$	Eisenmann-féle szorzó	FMK-007, saját képlettel (+3 RMSE)	Eisenmann-képlettel	maximuma (99,9% valósz.)		minimuma (0,01% valósz.)	
								FMK-007, saját képlettel (+3 RMSE)	Eisenmann-képlettel	FMK-007, saját képlettel (+3 RMSE)	Eisenmann-képlettel
[kN]	[km/h]		[mm]				[kN]				
67	40	A	0,6	0,25	0,1	1,05	1,30	70	87	64	47
	80					1,07	1,34	72	90	62	44
	120					1,10	1,43	74	96	60	38
	40	E	5	1,66	0,3	1,13	1,90	76	127	58	7
	80					1,23	2,03	83	136	51	-2
	120					1,34	2,29	90	153	44	-19

A jelen fejezetben bemutatott becslő képletek alapján számított szórásértékekből számítható dinamikus tényezők elmaradnak a Eisenmann-féle dinamikus tényezőktől. Ennek okai:

- Eisenmann módszere (pályaállapot-tényezőtől függően) az egyéb szakirodalmi (és más vasutak által alkalmazott) gyakorlati becslő képletekhez képest jelentősen óvatosabb [Naudé, 2005]. Értéke 2,0 felett gyakorlatilag értelmezhetetlen, hiszen az **6. táblázatból** is láthatóan ilyen esetben tehermentesülési fázis esetén negatív kerék-sín kontakterő adódna, mely a kerék elemelkedését jelenti, ami kisikláshoz vezet.
- Az FMK-007 gyorsulásmérései 16 Hz-es aluláteresztő szűréseken esnek át, vagyis az apró keréklaposodásokból vagy sínhibákból eredő, esetleg nagy erejű, de rövid idejű (nagy frekvenciájú) hatások nem befolyásolják a (147-150) képletek szerinti becsléseket.
- Az FMK-007 forgóvázai 250 km/h sebességre alkalmasak, kedvező rugalmas és csillapítási tulajdonságaik vannak.

Megjegyzem, hogy nem bizonyított az a feltételezés, hogy a kerék-sín kontakterő – mint valószínűségi változó – normális eloszlást követ.

Az 5.3 fejezetben részletezett eredmények alapján a következő tézist fogalmaztam meg.

### 5.3.3 IV. tézis

Az FMK-007 jelű mérőkocsi mérései alapján megmutattam, hogy a függőleges dinamikus kerék-, ill. tengelyterhelések szórása a hosszfekszint második differenciájának szórása alapján jobban becsülhető, mint a hosszfekszint európai vágányminősítő referenciaindex szerinti differenciálatlan szórása alapján.

Az FMK-007 jelű mérőkocsi mérései alapján a függőleges dinamikus kerék-, ill. tengelyterhelések szórását becsülő módszert alkottam meg egyenes pályaszakaszokra vonatkozóan, a hosszfekszint második differenciájának szórása és a jármű sebessége alapján. A függőleges dinamikus kerék-, ill. tengelyterhelések várható szórása a

$$\sigma(Q) = c_1 \cdot \bar{v} \cdot [\sigma(LL_{D1}'')]^{c_2}$$

képlettel becsülhető 30...140 km/h tartományban, ahol

- $\sigma(Q)$  a vasúti kocsi 16 Hz-es aluláteresztő szűrésen átesett függőleges kerék- vagy tengelyterhelésének szórása *kN* mértékegységben,
- $\sigma(LL_{D1}'')$  a sínszálak D1-es hullámhossz-tartományra szűrt hosszfekszintjének 0,75 méteres lépésközzel számított második térbeli differenciájából számított szórás (a jobb és bal sínszálra számított szórás átlaga) *mm* mértékegységben,
- $\bar{v}$  a vonat átlagsebessége *km/h* mértékegységben,
- $c_1$  és  $c_2$  az adott járműtől függő állandók, melyek értékei, illetve a becslések linearizált modellben számolt determinációs együtthatói ( $R^2$ ), valamint átlagos négyzetes hibái (MSE) az FMK-007 jelű mérőkocsi esetében a következők:

	$c_1$	$c_2$	$R^2$	MSE
<i>kerékterhelés (<math>Q_{wh}</math>) szórásának becslése esetén:</i>	0,040	0,75	0,79	0,22 kN <sup>2</sup>
<i>tengelyterhelés (<math>Q_{ax}</math>) szórásának becslése esetén:</i>	0,058	0,75	0,84	0,38 kN <sup>2</sup>

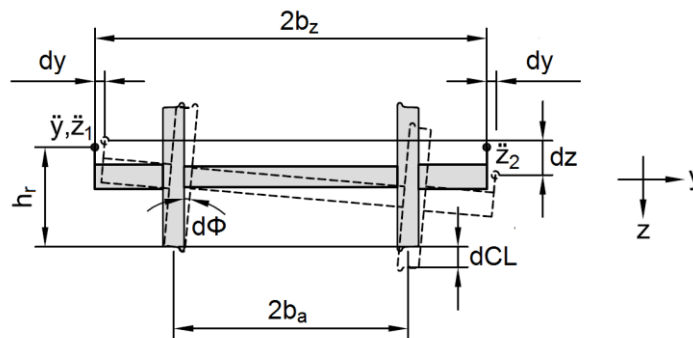
A tézishoz kapcsolódó publikációk: [Ágh, 2018b; Ágh, 2019a; Ágh, 2019b; Ágh, 2023]

## 5.4 KERESZTFEKSZINT ÉS KERESZTIRÁNYÚ CSAPÁGYTOKGYORSULÁSOK KÖZTI ÖSSZEFÜGGÉS

Ebben a fejezetben – egyszerűsítő feltételezésekkel – egy elméleti megoldást mutatok a keresztfekszint és a keresztirányú csapágytokgyorsulások közti összefüggés számítására, és annak vasúti pályához kapcsolódó részét mérési eredményekkel igazolom.

### 5.4.1 A geometriai egyenlet

A 45. ábrán látható helyzetben az egyik sínszál differenciálisan kicsiny hosszfékzinthibája  $dCL$  nagyságú keresztfekszinthibát okoz, ami a kerékpár  $d\Phi$  mértékű elfordulásával jár.



45. ábra. A csapágytokok fölé szerelt gyorsulásmérő szenzorok ( $\ddot{y}$ ,  $\ddot{z}_1$ ,  $\ddot{z}_2$ ) keresztirányú és függőleges eltolódásának ( $dy$ ,  $dz$ ) összefüggése a keresztfekszint változásával ( $dCL$ )

A kis szögek miatt a keresztfekszint-változás és a kerékpár-elfordulás kapcsolatára az ábra jelöléseivel a következő geometriai egyenletet írtam fel:

$$dCL = 2 b_a d\Phi , \quad (151)$$

a kerékpárok végén elhelyezkedő gyorsulásmérő szenzorok kialakuló relatív magasságkülönbségére – figyelembe véve a  $\ddot{z}_2$ -vel és  $\ddot{z}_1$ -gyel jelölt gyorsulásmérő szenzorok ellentétes irányban történő eltolódását – a következő összefüggés írható fel:

$$dz = dz_2 - dz_1 = 2 b_a d\Phi . \quad (152)$$

Az  $\ddot{y}$ -nal jelölt gyorsulásmérő szenzor keresztirányú eltolódása pedig:

$$dy = h_r d\Phi . \quad (153)$$

A (151) és (153) egyenletek alapján:

$$dy = \frac{h_r}{2b_a} dCL . \quad (154)$$

Áttérve a keresztirányú gyorsulást leíró differenciálegyenletre, kijelenthetjük, hogy a sínkoronaszint felett  $h_r$  magasságban a csapágytokra erősített gyorsulásmérőn a keresztfekszint második differenciálhányadosától függő,

$$\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{h_r}{2b_a} \frac{d^2CL}{dt^2} \quad (155)$$

nagyságú gyorsulás mérhető. A jobb oldalon – a korábban levezetett (48) egyenlet felhasználásával – idő szerinti differenciálásról út szerinti differenciálásra áttérve a pályairányú sebesség négyzete jelenik meg az összefüggésben:

$$\ddot{y} = \frac{h_r}{2b_z} v_x^2 \frac{d^2CL}{dx^2} \quad (156)$$

Ha a gyorsulásmérő a kerékpár tengelyvonalában helyezkedik el, akkor  $h_r$  helyettesíthető a névleges futókör sugarával ( $r$ ).

### 5.4.2 A mérési és kiértékelési módszer

Az előző alfejezet szerinti (156) elméleti differenciálegyenlet igazolása a valós mérőmenetek során nehézségbe ütközik a gyorsulásjeleknek – gyakorlati szempontok miatt nélkülözhetetlen – a mérőkocsi haladási sebességétől független aluláteresztő szűrése miatt. Így az összefüggés teljesülését csak az alacsonyabb frekvenciás (vagyis nagyobb hullámhosszú) keresztfekszint-hibatartományokra vizsgálhattam.

A differenciálszámítás lépésközét a kutatásom során szerzett tapasztalataim, korrelációmaximalizáló iterációk alapján nem a mintavételezési lépésközzel megegyezően, hanem  $\Delta x = 0,75$  m-nek vettem fel, vagyis a differenciálhányados helyettesítő differencia minden értéke egy 1,5 méter hosszú szakaszon elhelyezkedő három mérési ponton kapott keresztfekszintértékekből származik, és geometriai tartalma megegyezik a keresztfekszint-grafikonon végzett hárompontos, szimmetrikus húrmagasságméréssel. A (156) egyenlet szerinti differenciálhányados, illetve az annak megfelelő differenciahányados nevezőjében szereplő  $\Delta x^2$  a korrelációszámítás – mint konstans szorzó – szempontjából nem releváns, ezért a differenciahányados helyett a nevező elhagyásával az egyszerű (második) differenciát számítottam ki, a (136) egyenlethez hasonló módon:

$$CL''(x) = CL(x - \Delta x) - 2 CL(x) + CL(x + \Delta x) \quad [\text{mm}], \quad (157)$$

ahol  $x$  értékei méterben értendők,  $\Delta x$  értéke 0,75 méter,  $CL''$  és  $CL$  értékei pedig milliméterben értendők.



A fenti mintavételezésbeli és szűrésbeli eltérések miatt a mért keresztfekszint második differenciája és a mért gyorsulások közötti tapasztalati korrelációt vizsgáltam, 50 m hosszú, átfedő szakaszokon, 25 centiméterenként. A korreláció számításának érdekében az FMK-007 mérőkocsi menetirány szerinti első kerékpárjának naplófájlokban megtalálható keresztirányú gyorsulásait ( $\ddot{y}$ ) és a középső lézeres keresztmetszetben mért keresztfekszint alapján 0,75 méteres lépésközzel számított második differenciát ( $CL''$ ) a vizsgált szakaszokon a megfelelő pontossággal szinkronizáltam, ami nagy odafigyelést, és szakaszonként változó helyazonosító transzformációt igényelt. A 300 Hz mintavételi frekvenciával felvett gyorsulási adatsort a vágánygeometriai mérőrendszer mintavételezésének megfelelő 0,25 m-es térbeli lépésközzel újramintavételeztem. Ezek után a korrelációs együtthatót a következő módon számítottam:

$$\text{corr}(CL'', \ddot{y}) = \frac{\sum_{i=1}^N (CL''_i - \overline{CL''})(\ddot{y}_i - \overline{\ddot{y}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (CL''_i - \overline{CL''})^2 \sum_{i=1}^N (\ddot{y}_i - \overline{\ddot{y}})^2}}. \quad (158)$$

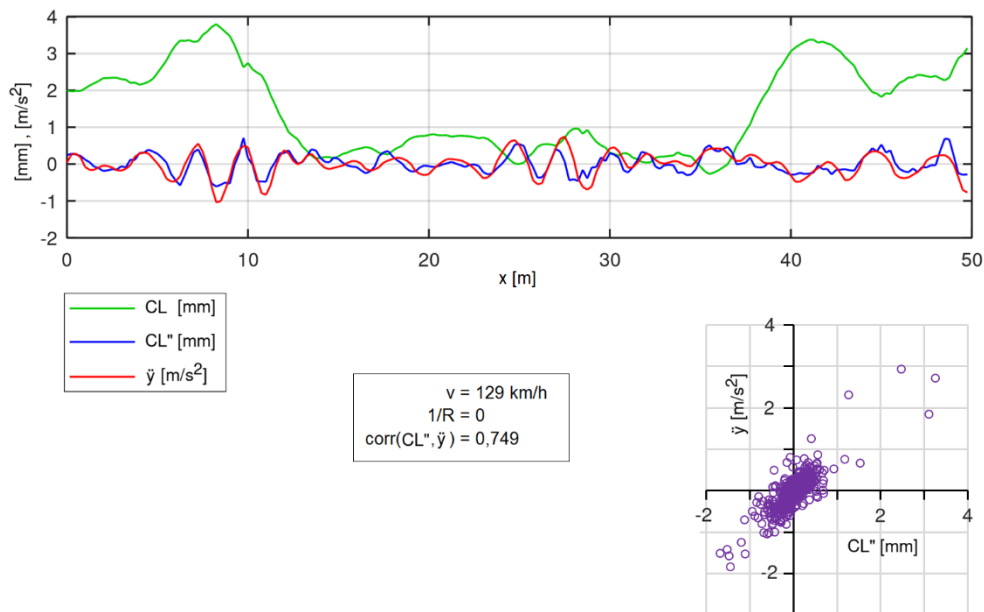
ahol  $N$  az 50 méteres korreláció-értékelési hosszban szereplő (25 centiméterenkénti) mintapárok száma, értéke 200, továbbá  $\overline{CL''}$  a második keresztfekszint-differenciák átlaga és  $\overline{\ddot{y}}$  a keresztgyorsulások átlaga.

A mérési eredményeket két különböző magyarországi vasútvonalon dolgoztam fel, összesen 58 vágánykilométeres hosszban. A vizsgált szakaszok hézag nélküli vágánnyal kialakított, transz-európai vasúti áru fuvarozási hálózat részét képező országos törzshálózati vasúti pályák. A mérővonal egy „M61” típusú mozdonyból és az FMK-007 mérőkocsiból állt, a mérővonal pillanatnyi mérési sebességeit és a pálya ívviszonyait az eredményekkel együtt feltüntettem az 5.4.3 fejezetben. A korrelációvizsgálathoz az „A” vasútvonalon 18 vágánykilométeres, a „B” vasútvonalon 40 vágánykilométeres szakaszt vizsgáltam, ami 72001 db, illetve 159898 db 50 méter hosszúságú, átfedő korreláció-értékelési szakaszt jelentett (0,25 méterenkénti eltolással).

### 5.4.3 A korrelációanalízis eredményei

A 46. ábra példát mutat a „B” vasútvonal egyik 50 méteres, egyenes szakaszán mért keresztirányú csapágytokgyorsulásokra, valamint az ugyanott mért keresztfekszint-értékekre, illetve az azokból számított második differenciára. A mérőkocsi sebessége ezen a szakaszon 119 km/h volt. A keresztfekszint ( $CL$ ) a bemutatott szakaszon 3,79 mm és -0,27 mm közötti értékeket vett fel, vagyis a keresztfekszint (túlemelés) az

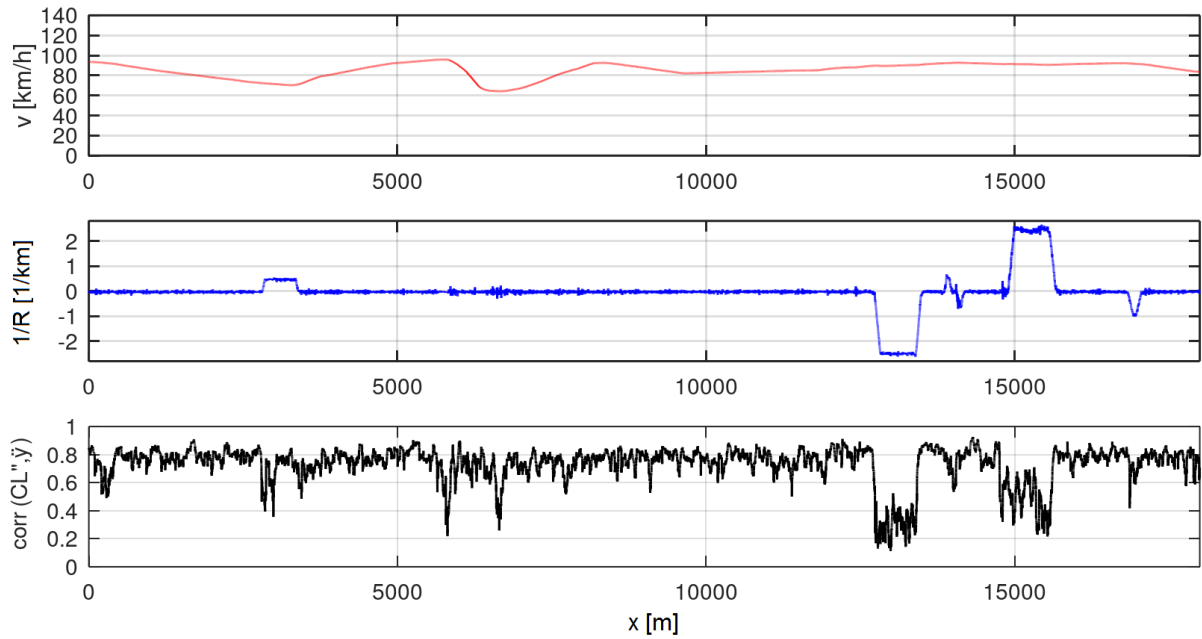
elvárt 0 mm-es értékhez képest csekély hiba mutatkozik egyes részeken. A keresztfekszint 1,5 méteren számított „görbületét” jellemző (157) képlet szerint számított második differencia ( $CL''$ ) 0,71 mm és  $-0,61$  mm között mozgott. A mérőkocsi első kerékpárjának csapágytokjához (a sínkoronaszint felett 0,65 m magasságban) mereven rögzített keresztirányú gyorsulásmérő 16 Hz-es aluláteresztő szűrésen átesett, majd 0,25 m-es lépésközzel újramintavételezett jelének ( $\ddot{y}$ ) szélsőértékei:  $0,75$  m/s<sup>2</sup>, ill.  $-1,04$  m/s<sup>2</sup>. A két utóbbi görbe közti hasonlóság szembetűnő, melyet a (158) képlet szerint erre a szakaszra számított korrelációs együttható 0,749-es értéke igazol.



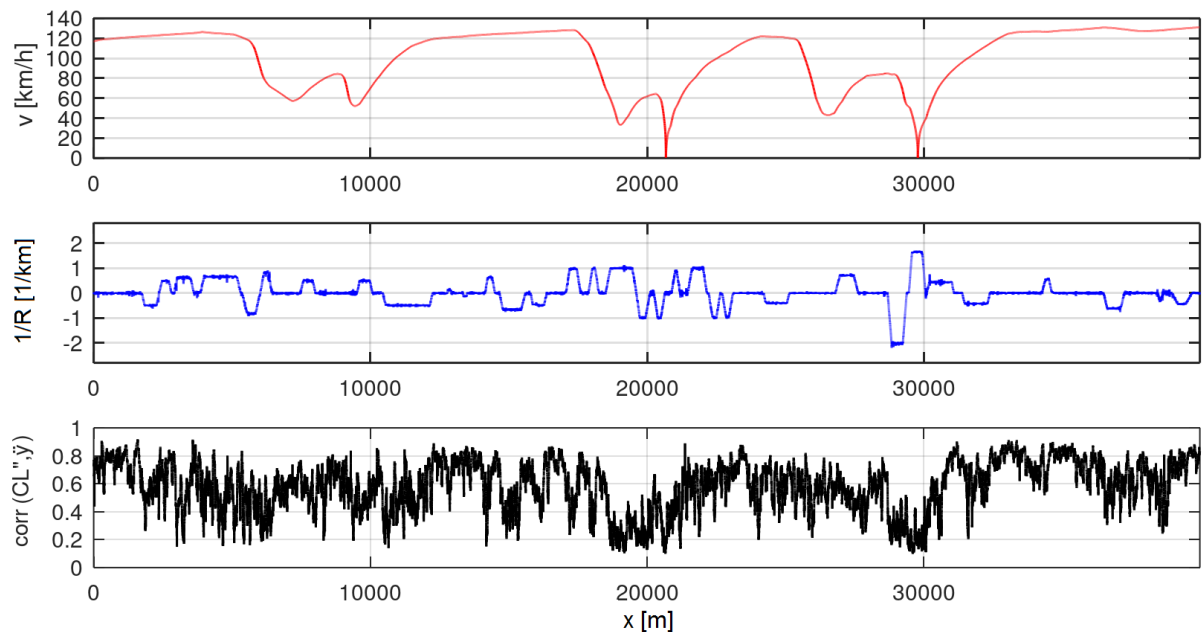
**46. ábra.** FMK-007 mérőkocsival mért keresztfekszint ( $CL$ ), annak második differenciája ( $CL''$ ) és a keresztirányú csapágytokgyorsulások ( $\ddot{y}$ ) értékei egy 50 méteres szakaszon

A további, 50 méter hosszú, átfedő szakaszokra számított korrelációs értékeket az „A” vasútvonal közel azonos sebességgel bejárt, 18 km hosszú szakaszán a **47. ábra**, a „B” jelű vasútvonal 40 km hosszú – állomási megállásokat is tartalmazó – szakaszán a **48. ábra** mutatja be.

A **47. ábra** alapján megállapítható, hogy 80–100 km/h közti közel állandó sebesség mellett a korrelációs együttható 0,8 körül mozog. Ívekben, átmenetiívekben a korreláció lecsökken. Az 5800-as, 6600-as, 14000-es és 14800-as szelvényértékeknél további négy kiugróan alacsony korrelációjú részt az ott található állomások kitérőkörzetein való áthaladásból fakadó szabálytalan járműmozgások magyarázzák.



**47. ábra.** Az FMK-007 mérőkocsival végzett mérés sebessége (fent), a pálya helyszínrajzi ívviszonyait jellemző görbület (középen), ill. a keresztfekszint második differenciája és a keresztirányú csapágytokgyorsulás közti korrelációs együttható (lent) az „A” jelű vasútvonal egy szakaszán



**48. ábra.** Az FMK-007 mérőkocsival végzett mérés sebessége (fent), a pálya helyszínrajzi ívviszonyait jellemző görbület (középen), ill. a keresztfekszint második differenciája és a keresztirányú csapágytokgyorsulás közti korrelációs együttható (lent) a „B” jelű vasútvonal egy szakaszán

A 48. ábra korrelációs diagramja jellemzően 0,7 feletti értékeket mutat egyenes pályaszakaszokon, állandó haladási sebesség esetén. A gyorsítási, fékezési szakaszokon a korreláció alacsonyabb értékű.

Az eredmények alapján kijelenthető, hogy a keresztirányú csapágytokgyorsulásokat a keresztfekszint második differenciája szignifikánsan meghatározza, mivel a keresztfekszint 0,75 méteres lépésközzel számított második differenciája és a 16 Hz-es vágási frekvenciájú aluláteresztő szűrésen átesett keresztirányú csapágytokgyorsulás között 0,8-as együtthatójú korrelációt mutattam ki 80 km/h 130 km/h közötti, állandó haladási sebességek esetén. Ezek alapján megfogalmaztam az alábbi tézist.

#### 5.4.4 V. tézis

Megmutattam, hogy a vasúti járműkerékpár pillanatnyi keresztirányú gyorsulását irányhibamentes, egyenes pályaszakaszon a pálya keresztfekszintjének második térbeli differenciálhányadosa határozza meg a következő összefüggés szerint:

$$\ddot{y} = \frac{h_r}{2b_a} v^2 \frac{d^2 CL}{dx^2} ,$$

ahol

- $\ddot{y}$  a kerékpár keresztirányú gyorsulása  $h_r$  magasságban,
- $h_r$  a keresztirányú gyorsulásmérés helyének sínkoronaszinttől vett magassága,
- $2b_a$  a névleges futókörtávolság (1,500 m),
- $v$  a jármű sebessége,
- $\frac{d^2 CL}{dx^2}$  a pálya  $CL$  keresztfekszintjének második differenciálhányadosa  $x$  pályatengely mentén.

Az FMK-007 jelű mérőkocsi mérései eredményeinek feldolgozásával igazoltam, hogy egyenes pályaszakaszokon haladó személyszállító vasúti kocsik keresztirányú csapágytokgyorsulásait a pálya keresztfekszintjének második térbeli differenciája szignifikánsan meghatározza. Ezért a keresztfekszint második differenciáját is figyelembe vevő pályaállapot-minősítési eljárás bevezetését javaslom.

A tézishoz kapcsolódó publikációk: [Ágh, 2018b; Ágh, 2019a; Ágh, 2019b; Ágh, 2023]

---

## 6 KÖVETKEZTETÉSEK

Értekezésemben bemutattam új tudományos eredményeimet, melyeket az elmúlt években végzett kutatásom során értem el. Munkám két, egymáshoz kapcsolódó, mégis eltérő szemléletmódú részre bontható: egyrészt a vágánygeometriai mérések leképezési torzításait elemeztem, másrészt a vágánygeometriai szabálytalanságok pálya-jármű rendszerben megjelenő egyes hatásait vizsgáltam.

A vágánygeometriai mérések során használatos leképezések során bebizonyítottam azt, hogy a szabályosan, periodikusan ismétlődő hullámsorozat szakirodalomból ismert, húrmérésre vonatkozó torzítási függvényei egyáltalán nem adnak támpontot az egyetlen vágánygeometriai hibaalakból álló, másik jelentősebb deformációktól távol eső (lokális) süppedéshiba vagy irányhiba (kinyomódás) nagyságának torzítására, illetve megmutattam azt is, hogy a szaknyelvben gyakran torzításmentesnek nevezett, D1-es és D2-es hullámhossz-tartományú vágánygeometriai mérési eredmények hibanagyságtorzítása jelentős. A gyakorlatban azonban éppen az ilyen lokális hibajelenségek fordulnak elő gyakran a vasúti pályákon, míg szabályos, periodikus hibasorozatok ritkán alakulnak ki.

Bevezettem és definiáltam a lokális hibák hibanagyságtorzításának fogalmát. Egyes esetekben analitikus úton levezettem és szimulációs úton igazoltam, más esetekben csak szimuláció útján számítottam – a szakirodalomból már ismert, periodikusan ismétlődő hibasorozatra vonatkozó torzítási függvények mellett – a lokális süppedések és irányhibák hibanagyságtorzítási függvényeit.

Emellett cáfoltam azt a szakmai körökben elterjedt téves nézetet, hogy a hárompontos húrmérésnek az amplitúdótorzítást a térbeli hullámhossz függvényében meghatározó átviteli karakterisztikája (átviteli függvénye) csak akkor tartalmaz zérushelyet, ha a húrelrendezés szimmetrikus. Megmutattam, hogy aszimmetrikus húrelrendezés esetén is végtelen sok zérushely fordul elő, és általános leírást adtam az ezekhez tartozó hullámhosszértékek kiszámítására. A zérushelyeknek elvi és gyakorlati jelentőségük is van. Elvileg elképzelhető olyan pályaalak (periodikusan ismétlődő hibaalak, melynek hossza a zérushelyhez tartozó hullámhossz), amelyet a húrmérő rendszer képtelen észlelni; ennek előfordulása azonban a gyakorlatban nem valószínű. Gyakorlati problémákat okoz viszont egy-egy zérushelynek (vagy a zérushoz közeli

helynek) megfelelő hullámhossz kezelése a dekonvolúciós eljárások során, mivel a Fourier-transzformációval előállított adatsor zérushelyeknek megfelelő elemei ismeretlenek (zérushoz közeli helyek esetén pedig nagy bizonytalanságot tartalmaznak), illetve a számítási eljárások során a 0-val való osztás nincsen értelmezve, a nagyon kis számmal történő osztás pedig numerikus problémákat kelt. A zérushelyekre vonatkozó ismeretek ezért mérőrendszerek tervezésénél jól hasznosíthatók.

Bebizonyítottam, hogy a szakmai közvélekedésben *torzításosnak* nevezett, mérőkocsival végzett húrmérés valóban megváltoztatja a mért deformáció képét, azonban „alapvonalától csúcsig” típusú értékelése hibanagyság tekintetében általában *torzításmentes* (pl. 7-8 métert meg nem haladó hibahosszakat és a mérőkocsikon szokásos 7-8 métert meghaladó húr-részhosszakat tekintve).

Ezzel szemben, a magyar szaknyelvben sokszor *torzításmentesnek* nevezett, EU-szabvány szerinti eljárással szűrt (D1, D2) mérési eredmény „alapvonalától csúcsig” értékelt nagyságát tekintve erősen *torzított*. A torzításmentesítés (húrmérő rendszerre jellemző sajátosságok eltávolítása) és az emellett kötelezően elvégzendő sáváteresztő szűrés ugyanis matematikailag egymástól jól elkülöníthetők, és a szűrés újabb „torzítást” visz a mérési regisztrátumba. A 7-8 méteres hosszúságú lokális, nullvonalától egyik irányba kitérő, koszinusz hullám alakú hibák esetében a valós nagyság háromnegyede, 10 méteres hibahossz esetén a valós nagyságnak mindössze kétharmada jelenik meg a szűrt regisztrátumban, továbbá a húrmérési regisztrátumokhoz hasonlóan álpúpok is megjelennek.

A szűrés hibanagyság-csökkentő és álpúpképző hatása megállapításom szerint abban áll, hogy az eredeti deformációt – mely a deformációmentes pályaalakot reprezentáló nullvonalától csak az egyik irányba tér ki – eltolja úgy, hogy annak egy része a nullvonal másik oldalára kerül. Ezt a felismerést továbbgondolva arra jutottam, hogy a nullvonalától független „csúcstól csúcsig” vett értékelés viszonylag jól közelíti az eredeti hibanagyságot. Az előbbiekből az is következett, hogy a D1-es és D2-es szűrés által „eltolt” deformációképek önmagukban nézve többé-kevésbé alakhelyesek, vagyis az első, de különösképpen második deriváltjuk csak csekély mértékben torzul.

A pályafüggvények deriváltjainak jelentősége abban áll, hogy a járműáthaladás során kialakuló szabálytalan járműmozgás sebességkomponensei a járműkerék által befutott pályafüggvény első deriváltjaitól, míg a szabálytalan járműmozgásokkal összefüggő

---

gyorsulások, illetve dinamikus többleterők alapvetően a pályafüggvény második deriváltjától függenek. A D1-es és D2-es szűrők torzítását emiatt a pálya-jármű rendszerben modellezett hatások tükrében is vizsgáltam. Ehhez bevezettem az elméleti függőleges többleterő, az elméleti elemelkedési sebesség, az elméleti igénybevételi impulzus és az elméleti igénybevételi energia fogalmait. Numerikus szimulációkkal igazoltam, hogy az előbb említett újonnan bevezetett paraméterek tükrében a pályákon általánosságban előforduló, 6–12 méter tartományba eső hosszúságú, egyetlen koszinusz hullámmal modellezett lokális hibákon a D1 szűrő torzítása nem jelentős.

A hosszfekszint hibák előbb említett új, pálya-jármű rendszerszemléletű értékelési módszereinek jelen tanulmányon túlmutató alkalmazásai is lehetnek. A kerék-sín erőkapcsolat megszűnésének határsebességét jellemző elméleti elemelkedési sebesség például kivölgyelődött hegesztéseknél fellépő zajhatások vizsgálata során vagy vágánygeometriai mérettűrések meghatározásánál is adhat támpontot.

Értekezésem utolsó részében két, siklásbiztonságot, ill. többlet-igénybevételt is befolyásoló hatást vizsgáltam meg a vágánygeometria szemszögéből: a függőleges kerék-sín többleterőket és a keresztirányú kerékpárgyorsulásokat.

Bemutattam, hogy a szakirodalomban a vasúti közlekedés biztonságának szavatolásához – a kisiklások elkerüléséhez – legáltalánosabban használt kisiklási kritérium a kerék-sín kontakterők mindenkorai függőleges és vízszintes komponenseinek aránya. Ez az arány a pálya-jármű rendszer vágánygeometriai szabálytalanságokra adott válaszaitól függ (de befolyásolhatják a jármű hibái és terhelési viszonyai is). Azonban a szakirodalomból ismert, függőleges dinamikus kerék-sín többleterőre vonatkozó ún. „dinamikus tényező” számítási módszerei mégis csak igen elnagyoltan (Eisenmann) vagy egyáltalán nem (az értekezésben említett számos nemzetközi példa) veszik figyelembe a pályaállapotot. A keresztirányú erőket pedig leggyakrabban az irányhibákkal hozzák összefüggésbe, elhanyagolva a keresztfekszint hatását. A pályaállapot általános minősítésére szolgáló, MSZ EN 13848-6 számú európai szabványban rögzített minősítő számok az egyes szakaszokon lévő vágánygeometriai deformációk hosszait (melyek a deriváltakon keresztül meghatározzák a pálya-jármű rendszerben kialakuló erőket) nem veszik figyelembe.

Az FMK-007 mérőkocsi méréseinek célzott feldolgozásával egy olyan, jármű- és pályaspecifikus dinamikus tényezőt előrejelző eljárást dolgoztam ki, mely alkalmas a pálya-jármű rendszerben ébredő függőleges irányú többlet-igénybevételek statisztikai

jellegű előrejelzésére a rendszeres vágánygeometriai mérések, illetve az adott járműtípuson végzett járműdinamikai referenciamérések alapján. Igazoltam, hogy a pálya-jármű rendszerre érvényes dinamikus függőleges többleterőfaktor vágánygeometriai érzékenységét optimálisan közelítő vágánygeometria-leképezési mód a hosszfekszint mérési regisztrátumának (a jellemző sebességhez és a járműdinamikai mérések figyelembe vett frekvenciatartományához igazodó lépésközzel számított) második differenciája. Ezzel kiterjesztettem a korábbiakban említett, szabadon futó kerékre levezetett, elméleti függőleges többleterő vonatkozásában tett állításaimat is: a hosszfekszint második differenciája tehát (amplitúdók figyelembevétele nélkül!) a teljes pálya-jármű rendszer függőleges erőkapcsolatát szignifikánsan befolyásolja. Meg kell azonban jegyezni, hogy differenciaszámítás nélkül is (tehát a jelenlegi szabvány szerinti módon, a hosszfekszint egyszerű szórása alapján) hasonlóan előrejelezhető a dinamikus tényező; a második differenciára áttérés csak mérsékelt pontosságbeli növekményt eredményezett. A dinamikus tényező sebességfüggőségére vonatkozóan Eisenmann *lineáris* elméletét igazoltam azokkal a szakirodalmi becslésekkel szemben, melyek a sebességet *nemlineárisan* (1-től eltérő hatványon) veszik figyelembe. Megmutattam azonban, hogy az Eisenmann módszere az FMK-007 mérési eredményeihez képest jelentősen óvatosabb becsléseket ad (nagyobb erőszórást), elsősorban a pályaállapotot jellemző konstansok nem egyértelműsége miatt. Megmutattam, hogy az Eisenmann által javasolt, „rossz” pályaállapothoz tartozó szorzó alkalmazása csak a rendkívül avult, kb. 10 km/h sebességkorlátozással érintett állomási mellékvágányok esetén adhat releváns becslési eredményt.

Megmutattam, hogy az általam javasolt, függőleges kerék-sín kontakterő szórását becslő képletben szereplő, járműtulajdonságokat reprezentáló konstansok meghatározását az egykori budapesti Vasúti Tudományos Kutató Intézet, illetve utódszervezetei által kidolgozott „indirekt WRIM” elnevezésű módszerrel el lehet végezni. Az „indirekt WRIM” mérőrendszer kizárólag gyorsulásérzékelő szenzorokon alapul, és számítások útján határozza meg a kerék-sín kontakterőket, így a közvetlen erőmérőt alkalmazó megoldásokhoz képest olcsóbb, illetve könnyebben járműre telepíthető megoldást kínál. Az elért eredményeim a napjainkban terjedőben lévő inerciális hibaészlelő eljárások területén is alkalmazhatók lehetnek.

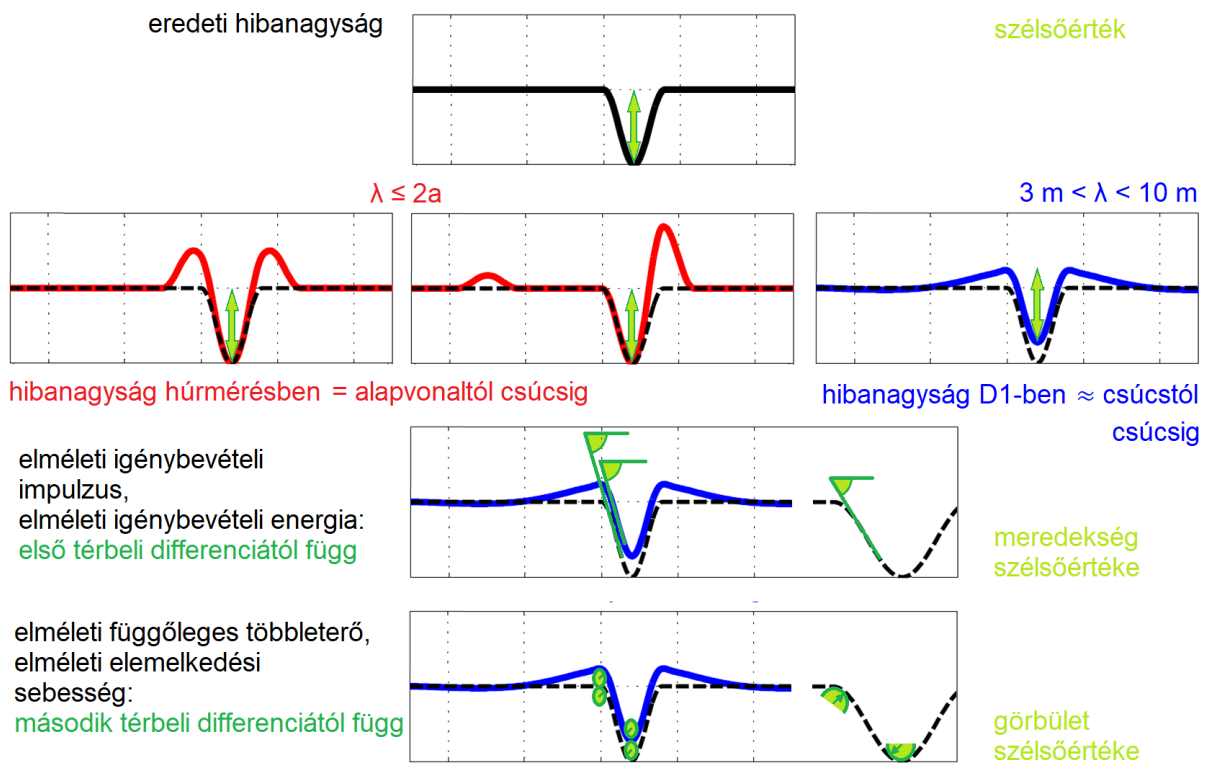
A kerék-sín kontakterőkkel foglalkozó szakirodalom legnagyobb része a függőleges irányú erők becslésével foglalkozik. A pálya-jármű rendszerben a kerék által leírt pálya



---

függőleges értelemben megfeleltethető a vágánygeometriai hosszfekszint paraméternek, a keresztirányú kerékmozgás a nyomjáték miatt azonban nem feleltethető a vágánygeometriai irány paraméternek. A kerékpár csapágytokon mérhető keresztirányú gyorsulásait a kerékpár sínszálakkal párhuzamos tengely körüli elfordulásai is befolyásolják. A kerékpár keresztirányú gyorsulásaival összefüggésben fellépő terelőerők jelentős hányadot képviselhetnek a keresztirányú kerék-sín kontakterőkben, ezáltal a kisiklási kritériumok teljesülésében is szerepük van. Elméleti megfontolások útján arra a következtetésre jutottam, hogy a keresztfekszint második deriváltjának kell determinálnia a keresztirányú csapágytokgyorsulások fekszintdeformációk által keltett részét. Az FMK-007 mérőkocsi mérései alapján kiszámítottam a keresztfekszint második differenciáját a jellemző sebességhez és a járműdinamikai mérések figyelembe vett frekvenciatartományához igazodó lépésközzel, és szinkronba hoztam a gyorsulásmérési eredményekkel. A mérőkocsi közlekedése során egyenes pályaszakaszokon a keresztfekszint második differenciája és a mért keresztirányú csapágytokgyorsulások között 0,8-as korrelációs együtthatóval jellemezhető szorosságú statisztikai kapcsolatot mutattam ki. Ez azt jelenti, hogy a kerék keresztirányú gyorsulásaival arányos keresztirányú kerék-sín többleterők legfőbb magyarázó változója a keresztfekszint második differenciája. Az elért eredményem rámutat arra, hogy a keresztfekszint megfelelésértékelésének mai nemzetközi gyakorlata, mely az első differenciát (más néven síktorzulást) minősíti, kiegészítendő a második differencia vizsgálatával.

Teljes munkám legfontosabb eredményeit összefoglalva (49. ábra) elmondható, hogy a húrmérések alapján az elszigetelt, lokális vágánygeometriai irány- és fekszinthibák „alpvonaltól csúcsig” vett nagysága rendszerint jól megállapítható, azonban a pálya-jármű rendszerben a többlet-igénybevételeket vagy akár kisiklást okozó hatások modellezésére a húrmérés kevésbé alkalmas. Ezzel szemben az MSZ EN 13848-1 szabvány szerint számolt, D1-es hullámtartományra szűrt mérési eredmények „alpvonaltól csúcsig” értelmezett hib nagysága nem mutatja meg a lokális hiba valós hib nagyságát (az álatalam vizsgált hibaalaknál a „csúcstól csúcsig” értékelés jobban közelíti azt), de a pálya-jármű rendszerben dinamikus többlet-igénybevételt vagy kisiklást okozó hatások modellezésére a D1-es adatsorok alkalmasabbak, mégpedig a megfelelő lépésközzel számított első vagy második differenciájuk vizsgálatával.



49. ábra. Összefoglaló megállapítások lokális hibaalak értékeléséhez

---

## 7 TOVÁBBI KUTATÁSI LEHETŐSÉGEK

Kutatásaim több irányban folytathatók.

Érdeklődésre tarthat számot további lokális referencia-hibaalakok húrmérési és D1-szűrési képének torzítási vizsgálata. Célszerű például feltárni, hogy miként alakítja a torzítást az, hogy egy adott hibaalak csak a nullvonal egyik oldalára tér ki, vagy a hibaalak a nullvonal mindkét oldalát érinti. Az ebben az értekezésben szereplő „B” és „C” jelű lokális hibaalakok csak az egyik oldalra tértek ki a nullvonalról.

Tovább vizsgálhatók a hárompontos húrméréssel érzékelhetetlen, nem periodikus jelek altípusai, tulajdonságai, topológiája, illetve hogy létezik-e még olyan, ebben az értekezésben nem említett, nem periodikus függvénycsalád, mely érzékelhetetlen valamely hárompontos húrmagasságmérő rendszer számára.

A függőleges kerék-sín kontakterőkre vonatkozó dinamikus tényezőnek ebben az értekezésben közölt becslése egyetlen járműtípusra vonatkozik, és a hosszfekszint második differenciáján alapul. További kutatási feladatot jelent más járműtípusok műszeres vizsgálata a további  $c$  tényezők meghatározása érdekében. A kocsiszekrényre, forgóvázkeretre és kerékpárra telepített gyorsulásmérő szenzorok elkülönített vizsgálatával meg lehet határozni azt, hogy a függőleges kerék-sín kontakterők mekkora hányada adódik a jármű egyes elemeinek szabálytalan mozgásaiból (kisebb tömegük ellenére várhatóan a rugózatlan kerékpár és a forgóváz döntő szerepet játszanak). Érdekes ezen kívül megvizsgálni, hogy a differenciálatlan hosszfekszint, továbbá első és második differenciái szórásainak adott szakaszra vonatkozó lineáris kombinációjával még jobb becslés adható-e a függőleges kerék-sín kontakterők szórására.

Ebben az értekezésben a keresztirányú csapágytokgyorsulás és a keresztfekszint kapcsolatát vizsgáltam. A keresztirányú csapágytokgyorsulásból származó kerékpár-sínpár erőösszetevő azonban a teljes kerékpár-sínpár erőnek – mely a kisiklással szembeni biztonságot meghatározza – csak egy része. Ezért tovább kell vizsgálni azt, hogy a keresztfekszint, illetve az irány paraméterek miként befolyásolják a keresztirányú kerékpár-sínpár erőket. A vizsgálatok kiterjeszthetők ívekre és átmenetiívekre is. Ehhez elemezni kell a keresztfekszint, és irány paraméterek differenciálatlan adatsorainak, valamint különböző differenciálási lépésközökkel számított első és második differenciáinak statisztikai kapcsolatát a mért keresztirányú erőkkkel.

## IRODALOMJEGYZÉK

### A SZERZŐ HIVATKOZOTT PUBLIKÁCIÓINAK LISTÁJA

- Ágh Cs. [2012]: Egyenértékű kúposság mérése Magyarországon: Pálya és jármű kapcsolata – futási instabilitás.  
*Sínek Világa*, 54 (6), pp. 10-13.
- Ágh Cs. [2017]: Vasúti kerékpár futási instabilitása a pályadiagnosztika szemszögéből.  
*Sínek Világa*, 59(6), pp. 17-20.
- Ágh Cs. [2018a]: Vágánygeometriai irány- és fekszínhibák valós nagyságának értékelése húrmérési eredmények alapján.  
*Közlekedéstudományi Szemle*, 68(5), pp. 45-55.
- Ágh Cs. [2018b]: A new arrangement of accelerometers on track inspection car FMK-007 for evaluating derailment safety.  
*Konferenciakiadvány: Proceedings of 23rd International Seminar Track Maintenance Machines In Theory and Practice, SETRAS*. Zsolna, Szlovákia, pp. 7-14.
- Ágh Cs. [2019a]: Comparative analysis of axlebox accelerations in correlation with track geometry irregularities.  
*Acta Technica Jaurinensis*, 12(2), pp. 161-177.
- Ágh Cs. [2019b]: Az FMK-007 mérőkocsi új járműdinamikai mérőrendszere.  
*Sínek Világa*, 61(4), pp. 2-6.
- Ágh Cs. [2019c]: Vasúti pályák vizsgálatának korszerű módszerei.  
*Műszaki Katonai Közlöny*, 29(1), pp. 219-230.
- Ágh Cs. [2021a]: Measurement distortion analysis of repetitive and isolated track geometry irregularities.  
*Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 65(3), pp. 852-865.
- Ágh Cs. [2021b]: Modern vágánygeometria-, járműdinamika- és úrszelvénytérkép virtuális helyazonosítási referenciapont-hálózattal.  
*Kiadvány: A MÁV Központi Felépítményvizsgáló Kft. 25 éve*. MÁV KfV Kft., Budapest, pp. 12-17.
- Ágh Cs. [2023]: Connection between track geometry quality and dynamic vehicle response at various speeds.  
*The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, 18(3), pp. 169-187.
- Vinkó Á., Simonek T., Ágh Cs., Csikós A., Figura B. [2023]: Feasibility of onboard smartphones for railway track geometry estimation: sensing capabilities and characterization.  
*Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 67(1), pp. 200-210.

---

## TOVÁBBI HIVATKOZOTT IRODALOM

- Aknin, P., Chollet, H. [1999]: A new approach for the modelling of track geometry recording vehicles and the deconvolution of versine measurements.  
*Vehicle System Dynamics*, Supplement 33, pp. 59-70.
- Chiou, S. B., Yen, J. Y. [2019]: Precise railway alignment measurements of the horizontal circular curves and the vertical parabolic curves using the chord method. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 233(5), pp. 537-549.
- Chudzikiewicz, A., Bogacz, R., Kostrzewski, M., Konowrocki, R. [2018]: Condition monitoring of railway track systems by using acceleration signals on wheelset axle-boxes.  
*Transport*, 33 (2), pp. 555-566.
- Császár L., Pálfi Cs. [2013]: Determination of wheel-rail contact forces using different measurement methods.  
*Konferenciakiadvány: Proceedings of the 9th International Conference on Railway Bogies and Running Gears*, Budapest, pp. 153-166.
- Császár L., Pálfi Cs. [2014]: A kerék-sín kapcsolati erők meghatározása különböző mérési módszerek alkalmazásával.  
*Vasútgépészet*, 2014(2), pp. 7-8.
- Csek K. [1989]: Kisiklaskritérium.  
*Sínek Világa*, 1989(4), pp. 158-164.
- Destek M. [1993]: A vasúti pálya-jármű rendszer minősítése.  
*Kandidátusi értekezés*, BME, Budapest.
- Deutsche Bahn [1992]: Oberbauberechnung.  
*Vállalati szabályozás*. Bundesbahn Zentralamt (BZA).
- Doyle, N. F. [1980]: Railway track Design. A review of current practice.  
*Kutatási jelentés*. BHP Melbourne Research Laboratories, Canberra, Ausztrália.
- Eisenmann, J. [1977]: Die Schiene als Träger und Fahrbahn.  
*Könyvfejezet: Fastenrath F.: Die Eisenbahnschiene*. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- Esveld, C. [1978]: Comparison between theoretical and actual transfer functions of track maintenance machines.  
*Doktori értekezés*. Varsói Műszaki Egyetem, Lengyelország.
- Esveld, C. [2014]: Modern Railway Track.  
*Könyv: Digital Edition, Version 3.1*.
- EU 1299/2014 [2014]: Az Európai Bizottság 1299/2014/EU rendelete az Európai Unió vasúti rendszerének infrastruktúra alrendszerére vonatkozó átjárhatósági műszaki előírásokról.

- Falamarzi, A., Moridpour, S., Nazem, M. [2019]: A review of rail track degradation prediction models. *Australian Journal of Civil Engineering*, 17(2), pp. 152-166.
- Farkas A. [2020]: Measurement of railway track geometry: A state-of-the-art review. *Periodica Polytechnica Transportation Engineering*, 48(1), pp. 76-88.
- Gáspár L., Horvát F., Lublós L. [2011]: Közlekedési létesítmények élettartama. *Könyv*: Universitas-Győr Nonprofit Kft., Győr.
- Gerber, U. [2013]: Auslegung des Eisenbahnoberbaus. *Könyvfejezet*: Fendrich, L., Fengler, W. (szerk.): Handbuch Eisenbahninfrastruktur. 2., neu bearbeitete Auflage. Springer-Verlag, Berlin, pp. 41-67.
- Guler, H. [2014]: Prediction of railway track geometry deterioration using artificial neural networks: a case study for Turkish state railways. *Structure and Infrastructure Engineering*, 10(5), pp. 614-626.
- Hansmann F., Nemetz, W., Spoor, R. [2021]: Keeping Track of Track Geometry: Basics – Error Detection – Correction – Quality: an overview of the DACH countries and the UK. *Könyv*: PMC Media House GmbH, Leverkusen, Deutschland.
- Haigermoser A. [2013]: Dynotrain Deliverable D2.6 – Final report on track geometry. *Kutatási jelentés*. Dynotrain Consortium.
- Haigermoser, A., Grabner, G. [2013]: On the influence of track geometry quality on the running characteristics of the vehicles. Results of the EC-founded research project Dynotrain. *Konferenciakiadvány*: Proceedings of the 9th International Conference on Railway Bogies and Running Gears, Budapest, pp. 197-206.
- Haigermoser, A., Lubber, B., Rauh, J., Gräfe, G. [2015]: Road and track irregularities: measurement, assessment and simulation. *Vehicle System Dynamics*, 53(7), pp. 878-957.
- Hoelzl, C., Dertimanis, V., Landgraf, M., Ancu, L., Zurkirchen, M., Chatzi, E. [2022]: On-board monitoring for smart assessment of railway infrastructure: A systematic review. *Könyvfejezet*: Alavi, A. H. et al. (szerk.): The Rise of Smart Cities, pp. 223-259.
- Horvát F. [1993]: Pályadiagnosztikai alapokon nyugvó vasúti pályakarbantartási és felújítási döntéshozatali rendszer. *Kandidátusi értekezés*. Közlekedési és Távközlési Műszaki Főiskola, Győr.
- Iwnicki, S., Parkinson, H., Stow, J. M. [1999]: Assessing railway vehicle derailment potential using neural networks. *Kutatási jelentés*. Rail Technology Unit, Manchester Metropolitan University, United Kingdom
- Iwnicki, S. [2006]: Handbook of Railway Vehicle Dynamics. *Könyv*: Taylor & Francis Group (eBook)

- 
- Jóvér V., Gáspár L., Fischer Sz. [2022]: Investigation of tramway line No. 1, in Budapest based on dynamic measurements.  
*Acta Polytechnica Hungarica*, 19(3), pp. 65-76.
- Karis, T., Berg, M., Stichel, S. [2020]: Analysing the correlation between vehicle responses and track irregularities using dynamic simulations and measurements. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 234(2) pp. 170-182.
- Kerkápoly E. [1990]: A vasúti felépítmény.  
*Könyvfejezet: Palotás L. (szerk.): Mérnöki Kézikönyv. IV. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest*, pp. 444-479.
- Khajehei, H., Ahmadi, A., Soleimanmeigouni, I., Haddadzade, M., Nissen, A., Latifi Jebelli, M. J. [2022]: Prediction of track geometry degradation using artificial neural network: A case study.  
*International Journal of Rail Transportation*, pp. 10(1), pp. 24-43.
- Knothe, K., Stichel, S. [2017]: Rail vehicle dynamics.  
*Könyv: Springer International Publishing AG (eBook)*.
- Kormos Gy. [1994]: Az érintőszög-eljárásos vasúti ívszabályozás gyakorlati problémái (I. rész). Az egyeneshez való helyes csatlakozás biztosítása.  
*Közlekedéstudományi Szemle*, 44(12), pp. 450-453.
- Kuczmann M. [2006]: Jelek és jelrendszerek.  
*Egyetemi jegyzet. Széchenyi István Egyetem, Győr*.
- Lathe, A. S., Gautam, A. [2020]: Estimating vertical profile irregularities from vehicle dynamics measurements.  
*IEEE Sensors Journal*, 20(1), pp. 377-385.
- Li, D., Meddah, A., Hass, K., Kalay, S. [2006]: Relating track geometry to vehicle performance using neural network approach.  
*Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 220(3), pp. 273-281.
- Li, M., Persson, I., Spännar, J., Berg, M. [2012]: On the use of second-order derivatives of track irregularity for assessing vertical track geometry quality.  
*Vehicle System Dynamics*, 50(sup1), pp. 389-401.
- Li, J., Wu, H., Cui, N. [2020]: Bifurcation, chaos, and their control in a wheelset model. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 43(12), pp. 7152-7174.
- Lichtberger, B. [2005]: Track compendium.  
*Könyv: Eurail Press, Hamburg*.
- Luber, B. [2011]: Methode zur Bewertung von Gleislageabweichungen auf Basis von Fahrzeugreaktionen.  
*Doktori értekezés, Grazi Műszaki Egyetem*.

- Luber, B., Trummer, G., Fuchs, J., Burger-Ringer, L. [2018]: Anomaly detection in vehicle/track interaction data for improving track geometry assessment methods.  
*Konferenciaelőadás. Railways 2018: The Fourth International Conference on Railway Technology. Barcelona, Spanyolország.*
- Ma, S., Gao, L., Liu, X., Lin, J. [2019]: Deep learning for track quality evaluation of high-speed railway based on vehicle-body vibration prediction.  
*IEEE Access, 7, pp. 185099-185107.*
- Mauer, L. [1995]: Determination of track irregularities and stiffness parameters with inverse transfer functions of track recording vehicles.  
*Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, 24:sup1, pp. 117-132.*
- MÁV – Magyar Államvasutak Zrt. [2015]: A vágányok építésénél és üzemeltetésénél alkalmazandó mérethatárok.  
*Könyvfejezet: D. 54. sz. Építési és pályafenntartási műszaki adatok, adatok, előírások. 51. fejezet, 2015. évi módosítás.*
- MÁV KfV Kft. [2008]: Vágánygeometriai mérőrendszerekhez tartozó mérethatárok EU szabvány szerinti harmonizációja.  
*Kutatási jelentés. MÁV Központi Felépítményvizsgáló Kft, Budapest.*
- MÁV KfV Kft. [2020]: Az FMK-007 mérőkocsi végrehajtási utasítása.  
*Vállalati szabályozás. MÁV Központi Felépítményvizsgáló Kft., Budapest.*
- Megyeri J. [1990]: Vasúti pályatervezés.  
*Könyvfejezet: Palotás L. (szerk.): Mérnöki Kézikönyv. IV. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, pp. 384-444.*
- MSZ EN 13231-1 [2013]: Vasúti alkalmazások. Vágányfektetés. Munkaátvétel. 1. rész: Munkák zúzottköves pályán. Vágányok, váltók és kereszteződések.  
*Európai és magyar szabvány. Magyar Szabványügyi Testület.*
- MSZ EN 13848-1 [2019]: Vasúti alkalmazások. Vasúti pálya. A vágánygeometria minősége. 1. rész: A vágánygeometria jellemzése.  
*Európai és magyar szabvány. Magyar Szabványügyi Testület.*
- MSZ EN 13848-5 [2018]: Vasúti alkalmazások. Vasúti pálya. A vágánygeometria minősége. 5. rész: Geometriai minőségszintek. Vágányok, váltók és kereszteződések.  
*Európai és magyar szabvány. Magyar Szabványügyi Testület.*
- MSZ EN 13848-6 [2021]: Vasúti alkalmazások. Vasúti pálya. A vágánygeometria minősége. 6. rész: A vágánygeometria minőségének jellemzése.  
*Európai és magyar szabvány. Magyar Szabványügyi Testület.*



- 
- Naudé, F. P., Fröhling, R. D., Theron, N. J. [2005]: Development of a methodology to calculate stresses in track components.  
*Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 219(4), 213-224.
- Nottbeck, A. B. [2016]: Untersuchungen zu Auswirkungen von Geschwindigkeitserhöhungen auf Bahnstrecken im Bestand.  
*Doktori értekezés*. Müncheni Műszaki Egyetem.
- O'Brien, E. J., Quirke, P., Bowe, C., Cantero, D. [2018]: Determination of railway track longitudinal profile using measured inertial response of an in-service railway vehicle.  
*Structural Health Monitoring*, 17(6), pp. 1425-1440.
- Odashima, M., Azami, S., Naganuma, Y., Mori, H., Tsunashima, H. [2017]: Track geometry estimation of a conventional railway from car-body acceleration measurement.  
*Mechanical Engineering Journal*, 4(1), pp. 16-00498.
- Offenbacher, S., Neuhold, J., Veit, P., Landgraf, M. [2020]: Analyzing major track quality indices and introducing a universally applicable TQI.  
*Applied Sciences*, 10(23), pp. 8490.
- ORE – Office for Research and Experiments of UIC [1969]: Question B 10 Report 12. Riding stability test and evaluation techniques, criteria.  
*Kutatási jelentés*, Utrecht, 1969.
- Prud'homme, A. [1967]: Resistance of the Track to Lateral Loads Exerted by Rolling Stock.  
*Revue Generale des Chemins de Fer*, January 1967.
- Rießberger, K. [2013]: Das Zusammenwirken von Rad und Schiene.  
*Könyvfejezet*: Fendrich, L., Fengler, W. (szerk.): Handbuch Eisenbahninfrastruktur. 2., neu bearbeitete Auflage. Springer-Verlag, Berlin, pp. 1-38.
- Sadeghi, J., Askarinejad, H. [2012]: Application of neural networks in evaluation of railway track quality condition.  
*Journal of Mechanical Science and Technology*, 26, pp. 113-122.
- Smith, S. W. [1997]: The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing.  
*Könyv*. Digital Edition. Newnes, Burlington, MA, USA, pp. 107-111.
- Sresakoolchai, J., Kaewunruen, S. [2022]: Track geometry prediction using three-dimensional recurrent neural network-based models cross-functionally co-simulated with bim.  
*Sensors*, 23(1), pp. 391.

- Steger, M. [2017]: Untersuchungen zum Schwingungsverhalten und der daraus resultierenden Beanspruchung von Spannklemmen für Schienenbefestigungen unter Berücksichtigung von hochfrequenten Anregungen.  
*Doktori értekezés.* Müncheni Műszaki Egyetem.
- Stépán G. [1991]: Chaotic motion of wheels.  
*Vehicle System Dynamics*, 20(6), pp. 341-351.
- Tang, R., De Donato, L., Besinović, N., Flammini, F., Goverde, R. M., Lin, Z., Liu, R., Tang, T., Vittorini, V., Wang, Z. [2022]: A literature review of Artificial Intelligence applications in railway systems.  
*Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 140, pp. 103679.
- True, H. [1992]: Railway vehicle chaos and asymmetric hunting.  
*Konferenciakiadvány: The Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, Proceedings of 12th IAVSD Symposium*, Linköping, Sweden, pp. 625-637.
- Tsunashima, H. [2019]: Condition monitoring of railway tracks from car-body vibration using a machine learning technique.  
*Applied Sciences*, 9(13), pp. 2734.
- Van Dyk, B. J., Edwards, J. R., Dersch, M. S., Ruppert Jr, C. J., Barkan, C. P. [2017]: Evaluation of dynamic and impact wheel load factors and their application in design processes.  
*Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 231(1), pp. 33-43.
- Vaszary P., Kiss F., Koren Cs. [1986]: A vasúti felépítmény geometriai mérethatárai.  
*Kutatási jelentés.* Széchenyi István Közlekedési és Távközlési Műszaki Főiskola, Győr.
- Vaszary P. [1992]: A vasúti pálya geometriai állapotértékelésének elméleti alapjai.  
*Kandidátusi értekezés.* Széchenyi István Közlekedési és Távközlési Műszaki Főiskola, Győr.
- Veit, P. [2015]: A vasúti pályák fenntarthatóságáról.  
*Sínek Világa*, 57(2), pp. 2-7.
- Vinkó Á., Posgay Z. [2018]: A közúti vasúti pálya állapotfelmérésének és minősítésének rezgésdiagnosztikán alapuló új módszere.  
*Konferenciakiadvány: Közlekedéstudományi Konferencia, Győr, 2018. március 22-23.,* pp. 590-598.
- Vinkó Á., Simonek T., Ágh Cs., Csikós A., Figura B. [2023]: Feasibility of onboard smartphones for railway track geometry estimation: sensing capabilities and characterization.  
*Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 67(1), pp. 200-210.
- Weston, P., Roberts, C., Yeo, G., Stewart, E. [2015]: Perspectives on railway track geometry condition monitoring from in-service railway vehicles.  
*Vehicle System Dynamics*, 53(7), pp. 1063-1091.

- 
- Wilson, N., Fries, R., Witte, M., Haigermoser, A., Wrang, M., Evans, J., Orlova, A. [2011]: Assessment of safety against derailment using simulations and vehicle acceptance tests: a worldwide comparison of state-of-the-art assessment methods.  
*Vehicle System Dynamics*, 49(7), pp. 1113-1157.
- Wolter, K. U. [2005]: Reconstruction of original signals from relative measurements.  
*Európai szabadalom*: EP 1543439 A1, DB Netz AG.
- Zhai, W., Wang, K., Cai, C. [2009]: Fundamentals of vehicle–track coupled dynamics.  
*Vehicle System Dynamics*, 47(11), pp. 1349-1376
- Zobory I., Gáti B., Kádár L., Hadházi D. [2012]: Járművek és mobil gépek I.  
*Egyetemi jegyzet*, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem.
- Zobory I. [2015]: A vasúti pálya-jármű rendszer dinamikája – mérése – minősítése.  
*Közlekedéstudományi Szemle*, 65(1) pp. 6-18.

---

## **MELLÉKLETEK**

## **M1 MELLÉKLET: GRAFIKUS PÉLDÁK HÚRMÉRÉS (IRÁNY VAGY HOSSZFEKSZINT) ÉS A SZABVÁNYOS SZŰRÉS (D1) EREDMÉNYEIRE**

*Az M1 melléklet mind a 16 ábrája egyenként 12-12 alábrát tartalmaz.*

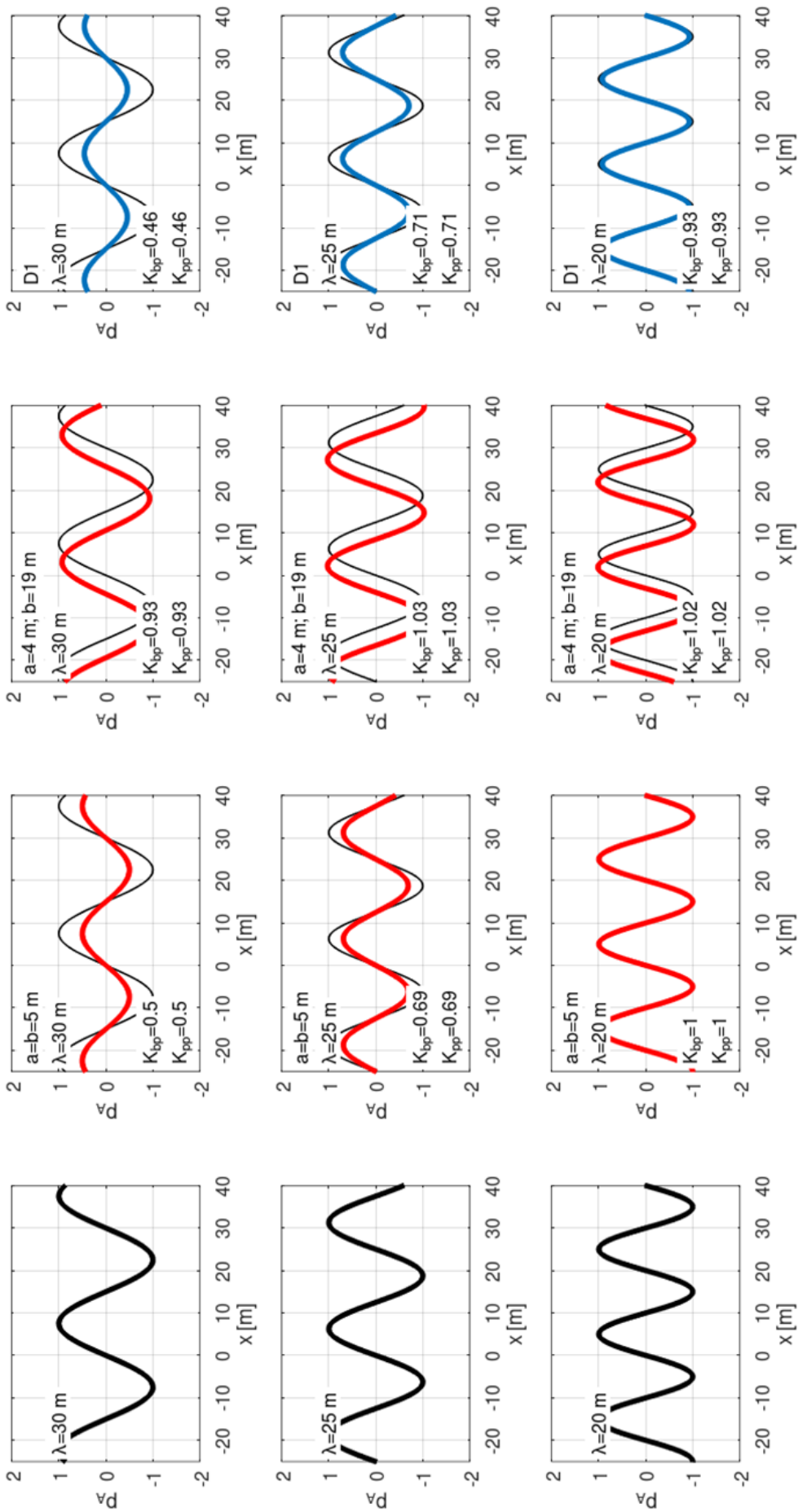
*Az ábrák*

- első oszlopa az eredeti hibaalakot,*
- a második oszlopa a szimmetrikus, 5+5 méteres húrmérő rendszer regisztrátumát,*
- a harmadik oszlopa az aszimmetrikus, 4+19 méteres húrmérő rendszer regisztrátumát,*
- a negyedik oszlopa az MSZ EN 13848 szabvány szerinti D1 hullámhossz-tartományra sávszűrt regisztrátumot*

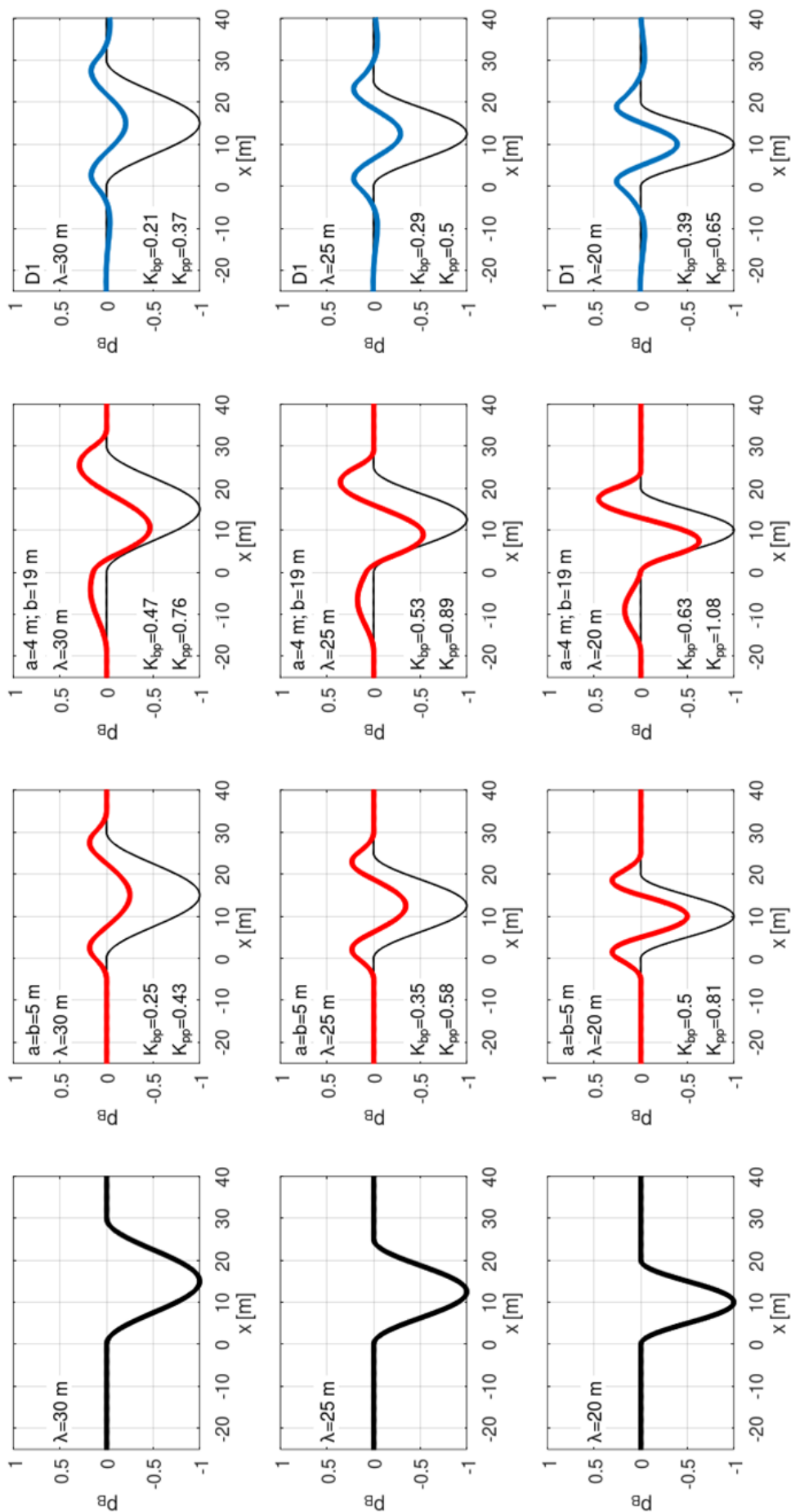
*mutatja.*

*Minden ábrán azonos típusú hibaalakok láthatók, soronként különböző hullámhosszal. A melléklet*

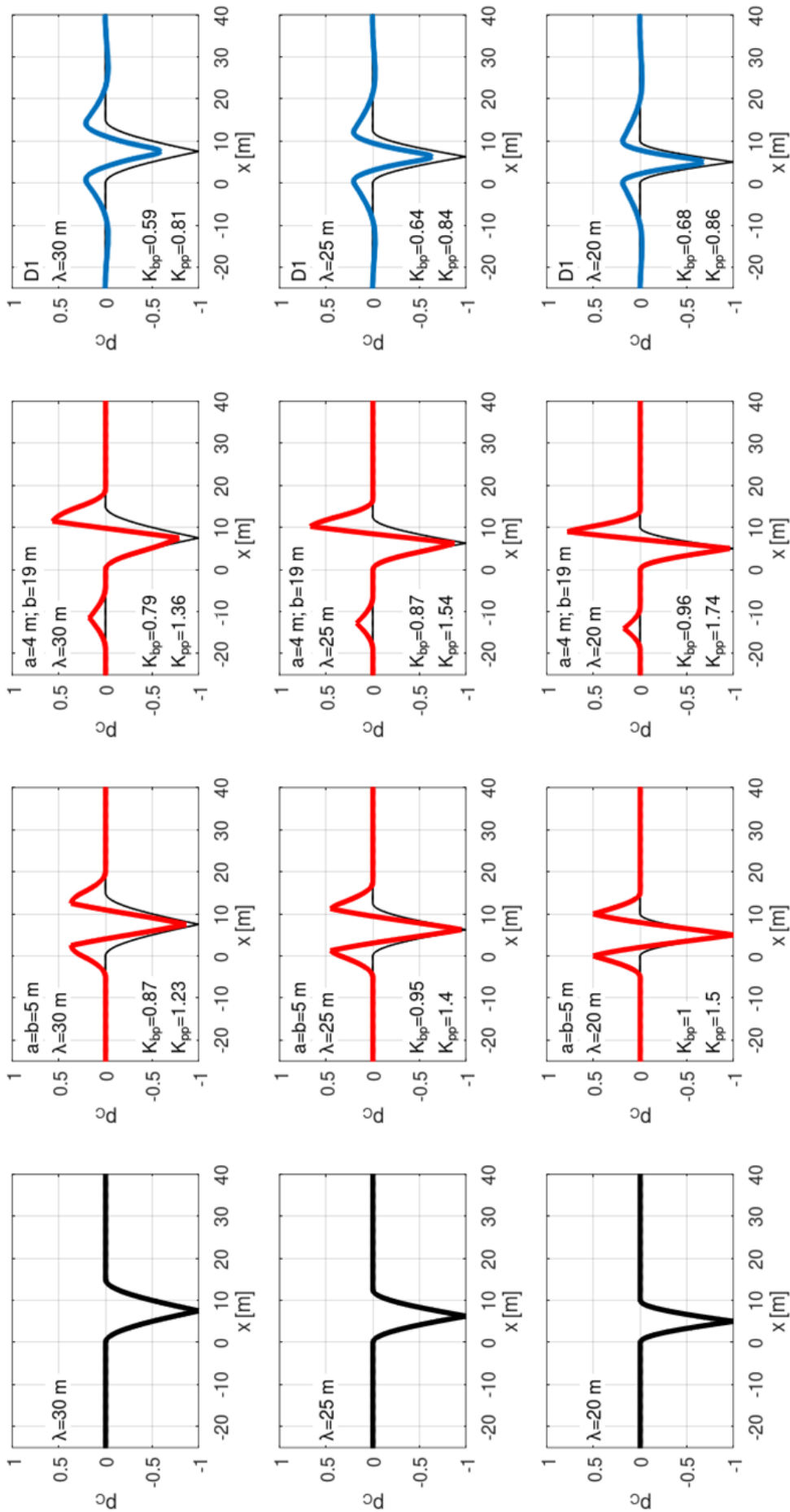
- **M1.1-M1.4. ábráin** 30 m, 25 m és 20 m hullámhossz szerepel, de ábránként változó (A, B, C, D) hibaalakkal;*
- **M1.5-M1.8. ábráin** 16 m, 13 m és 10 m hullámhossz szerepel, ábránként különböző (A, B, C, D) hibaalakkal,*
- **M1.9-M1.12. ábráin** 8 m, 6 m és 5 m hullámhossz szerepel, ábránként különböző (A, B, C, D) hibaalakkal,*
- **M1.13-M1.16 ábráin** 4 m, 2,5 m és 1 m hullámhossz szerepel, ábránként különböző (A, B, C, D) hibaalakkal.*



M1.1. ábra

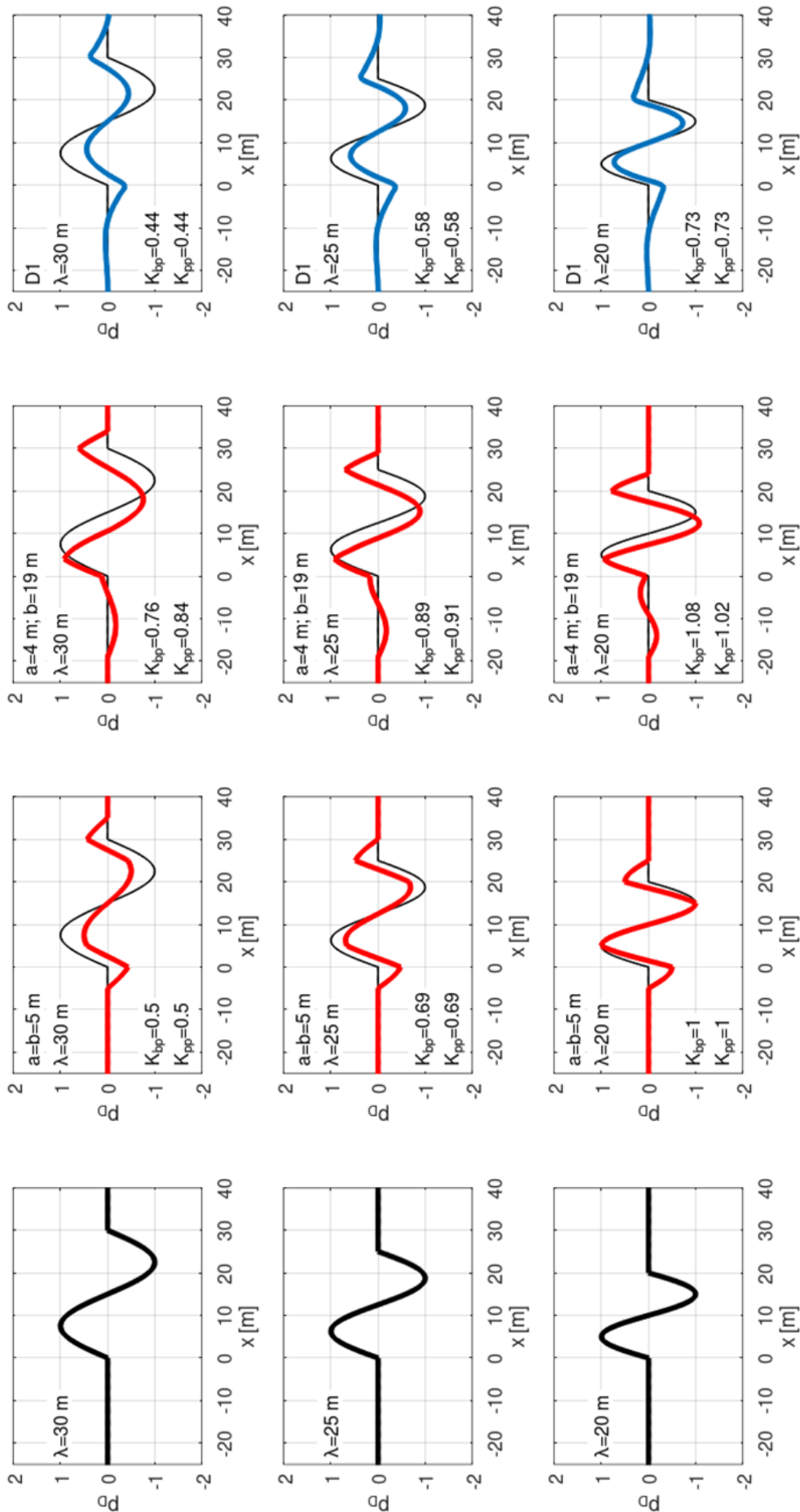


M1.2. ábra

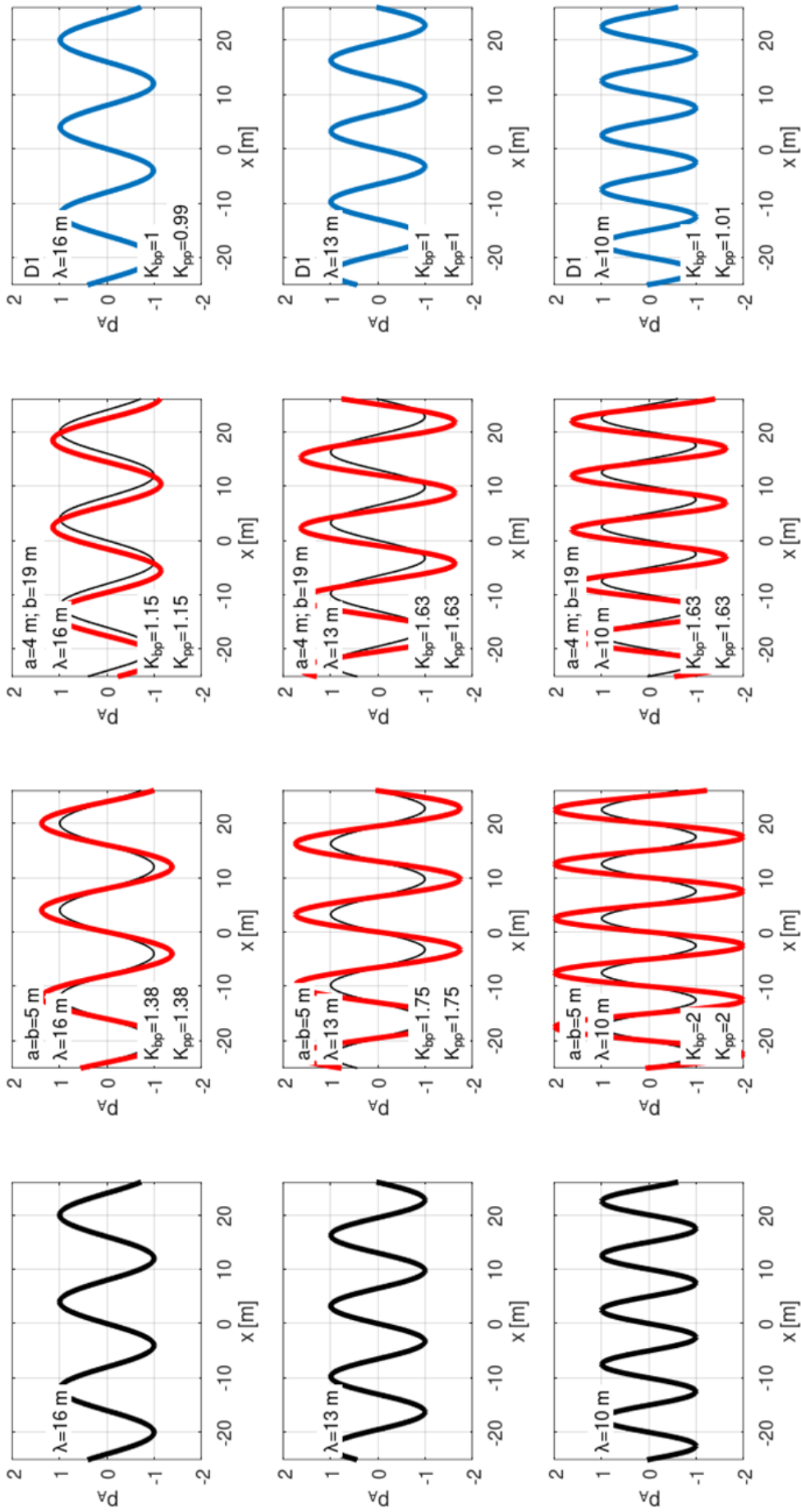


M1.3. ábra

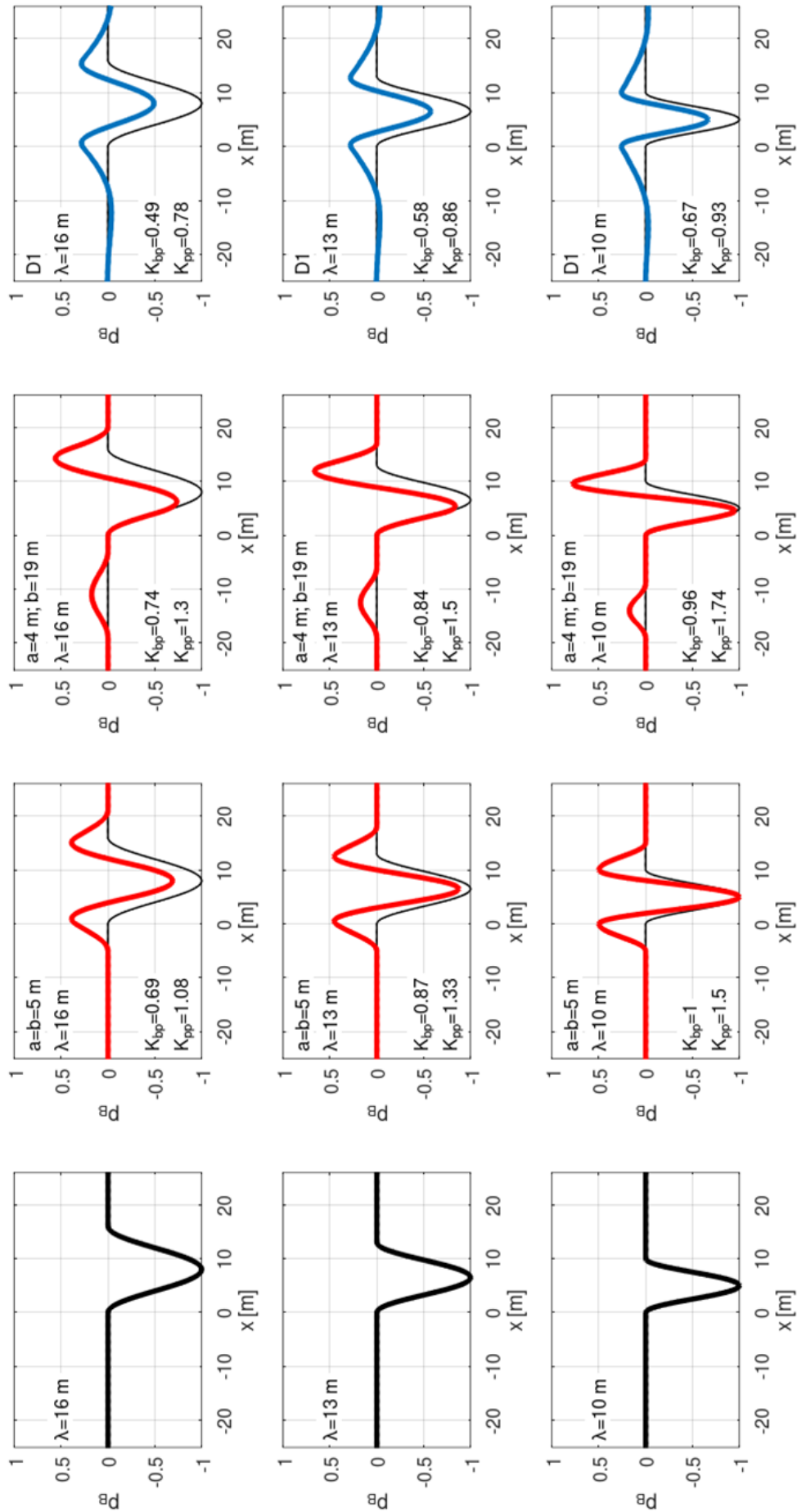




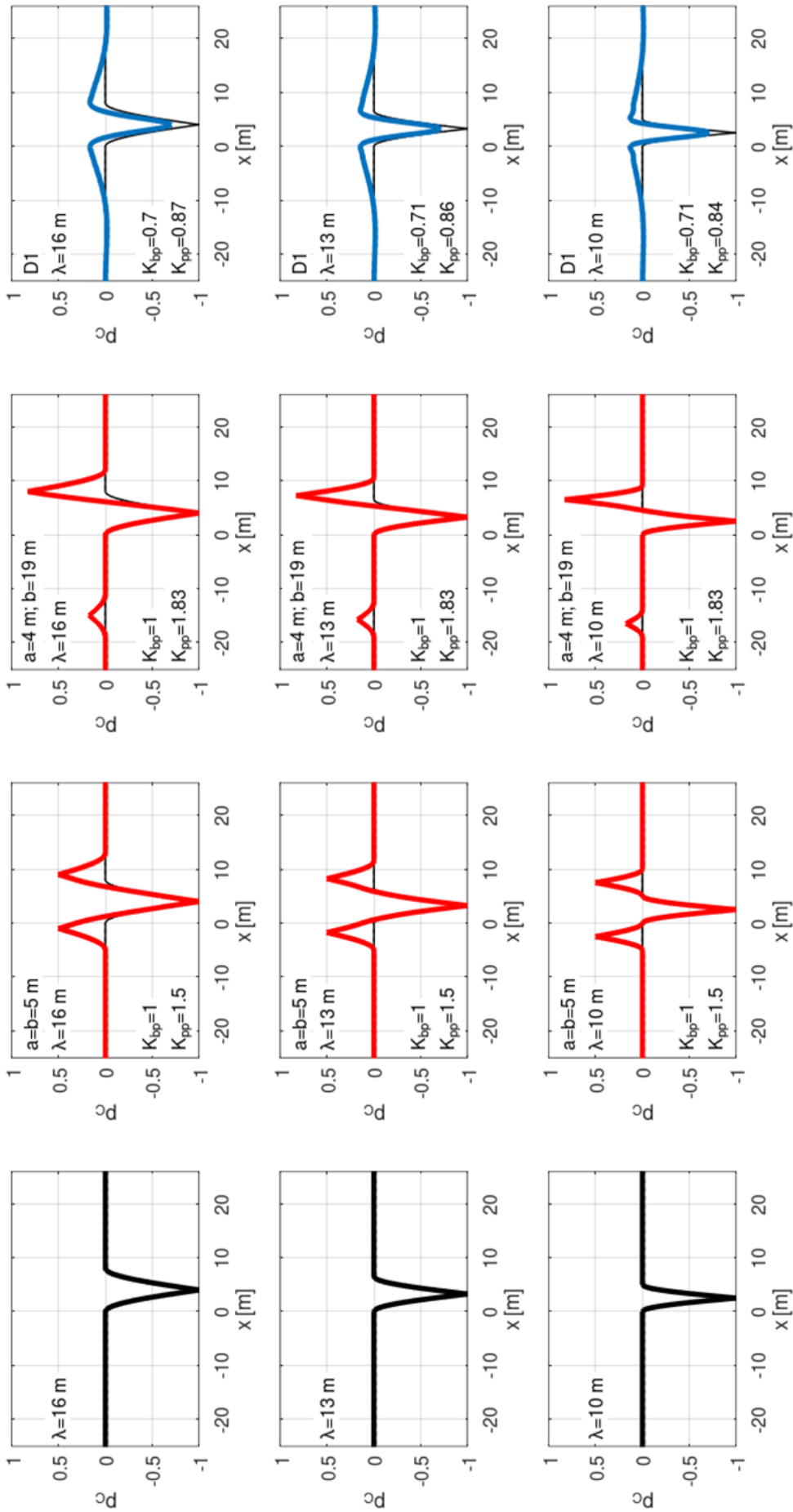
M1.4. ábra



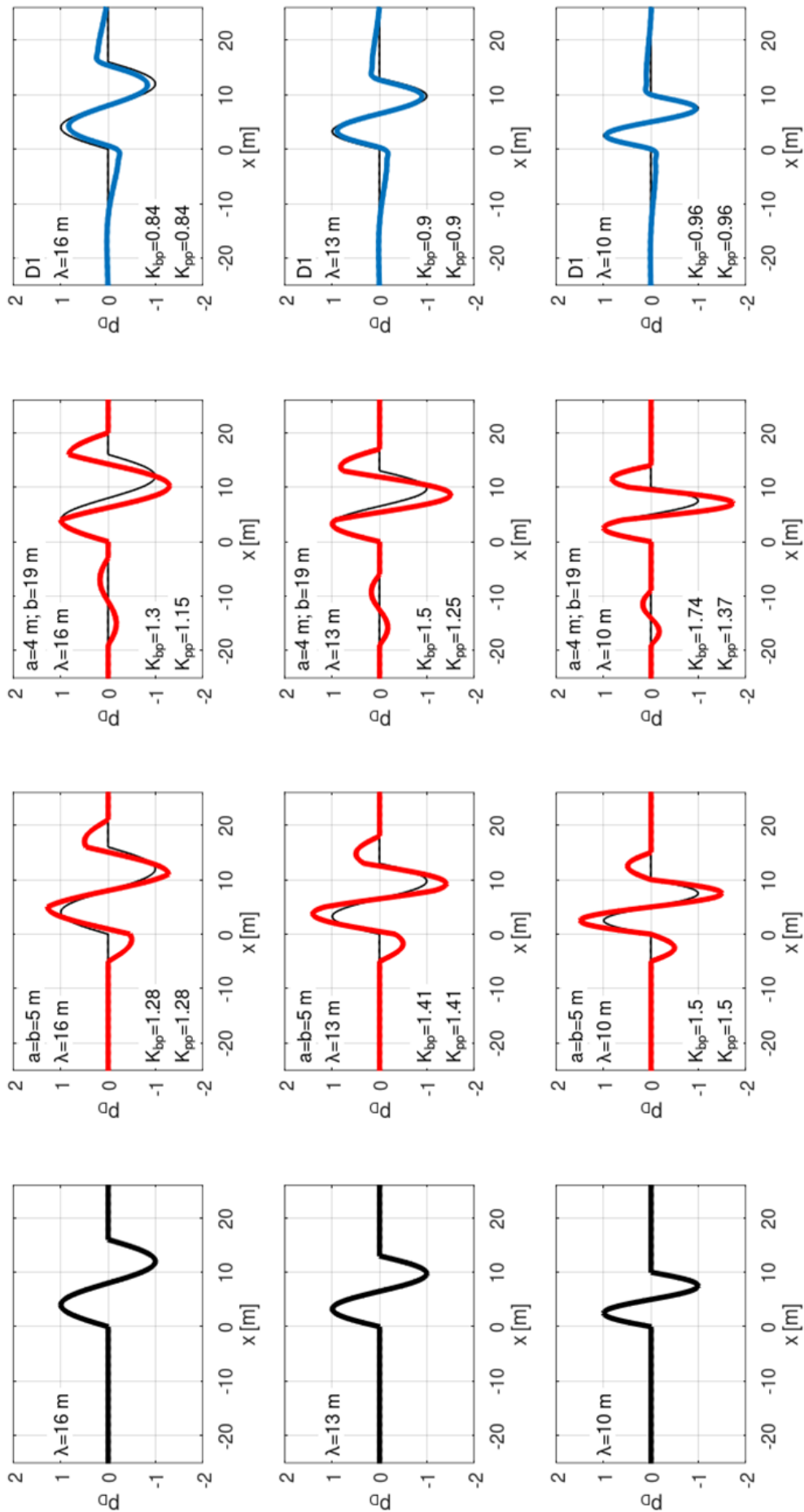
M1.5. ábra



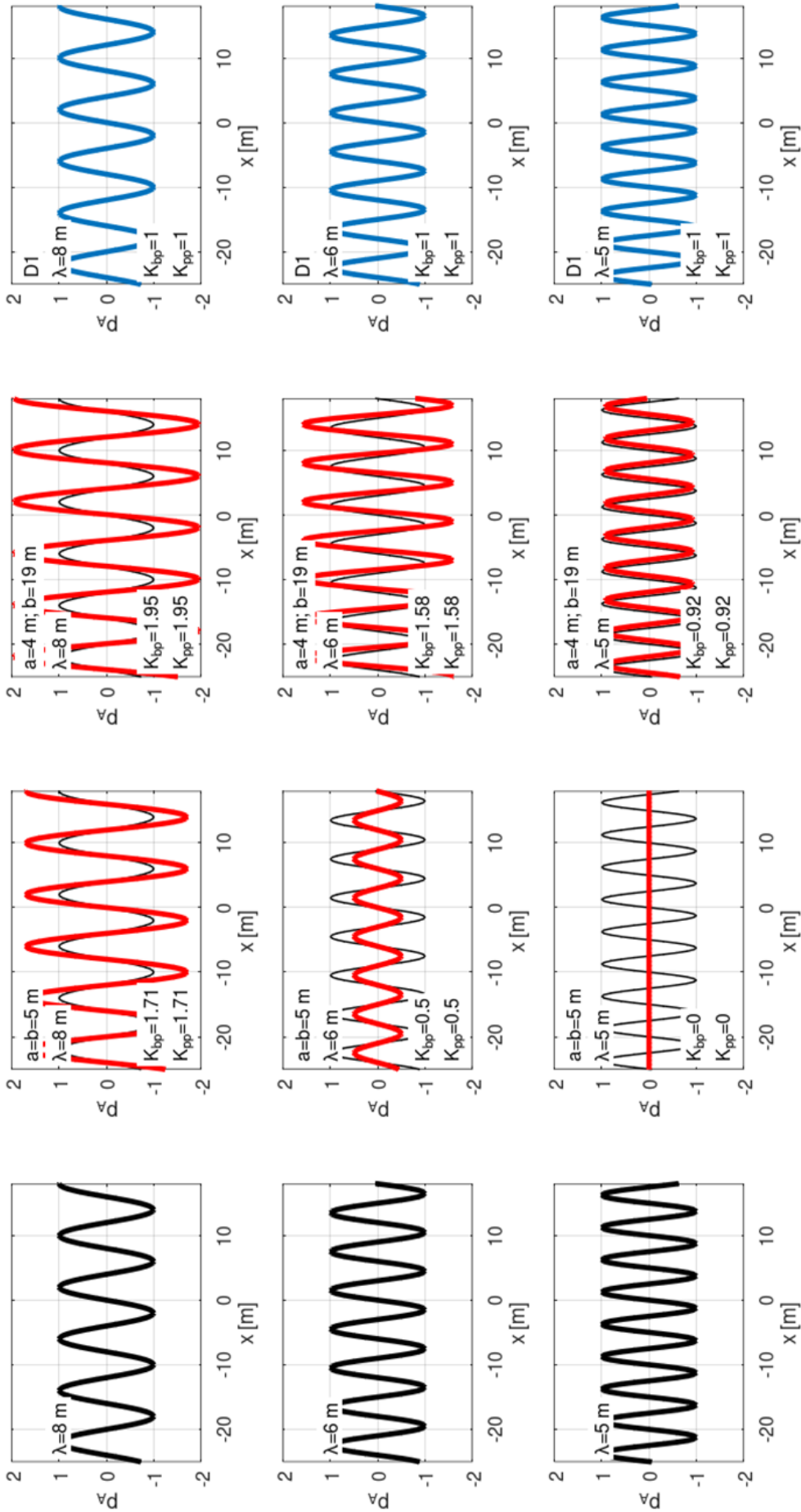
M1.6. ábra



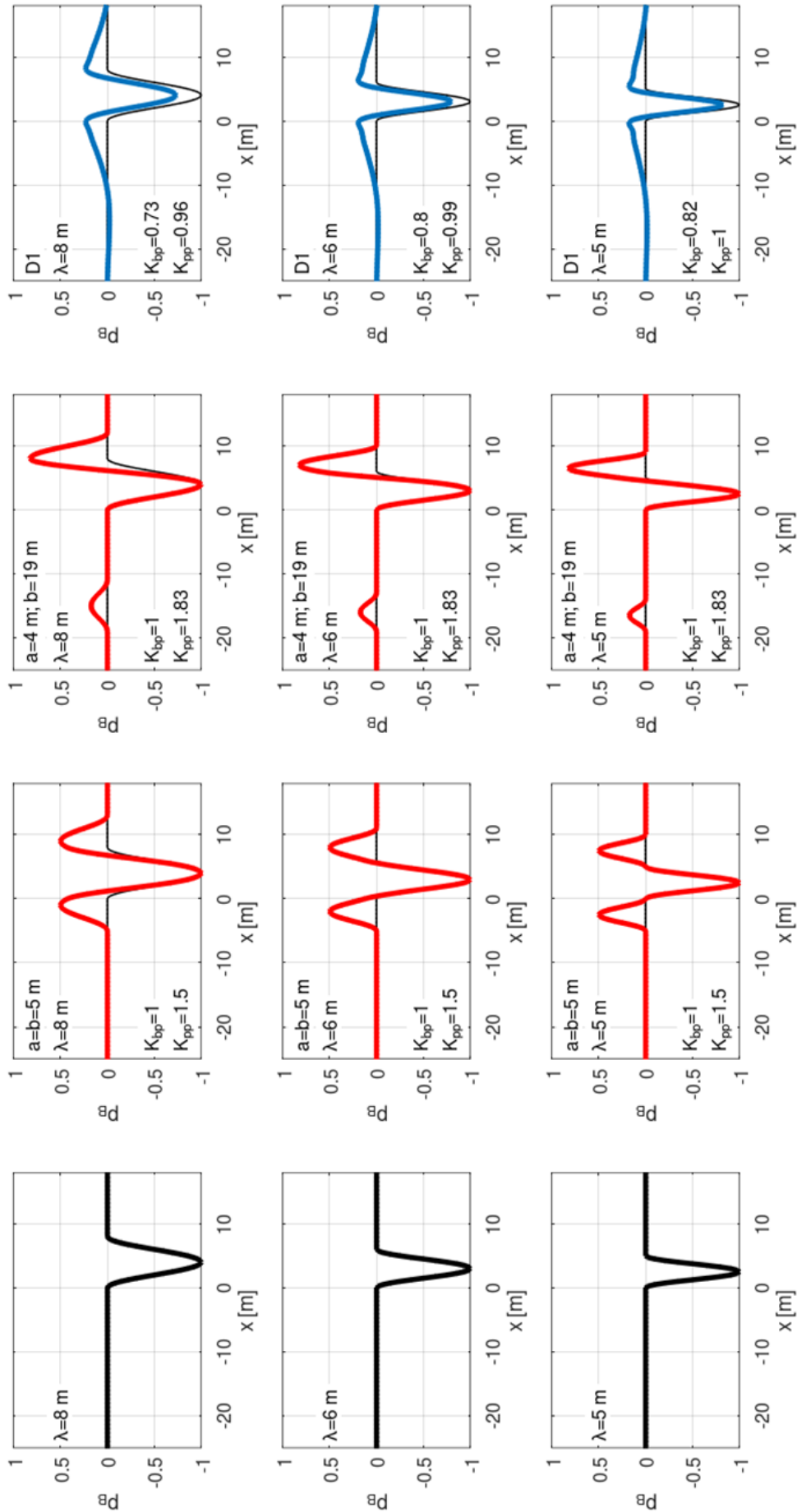
M1.7. ábra



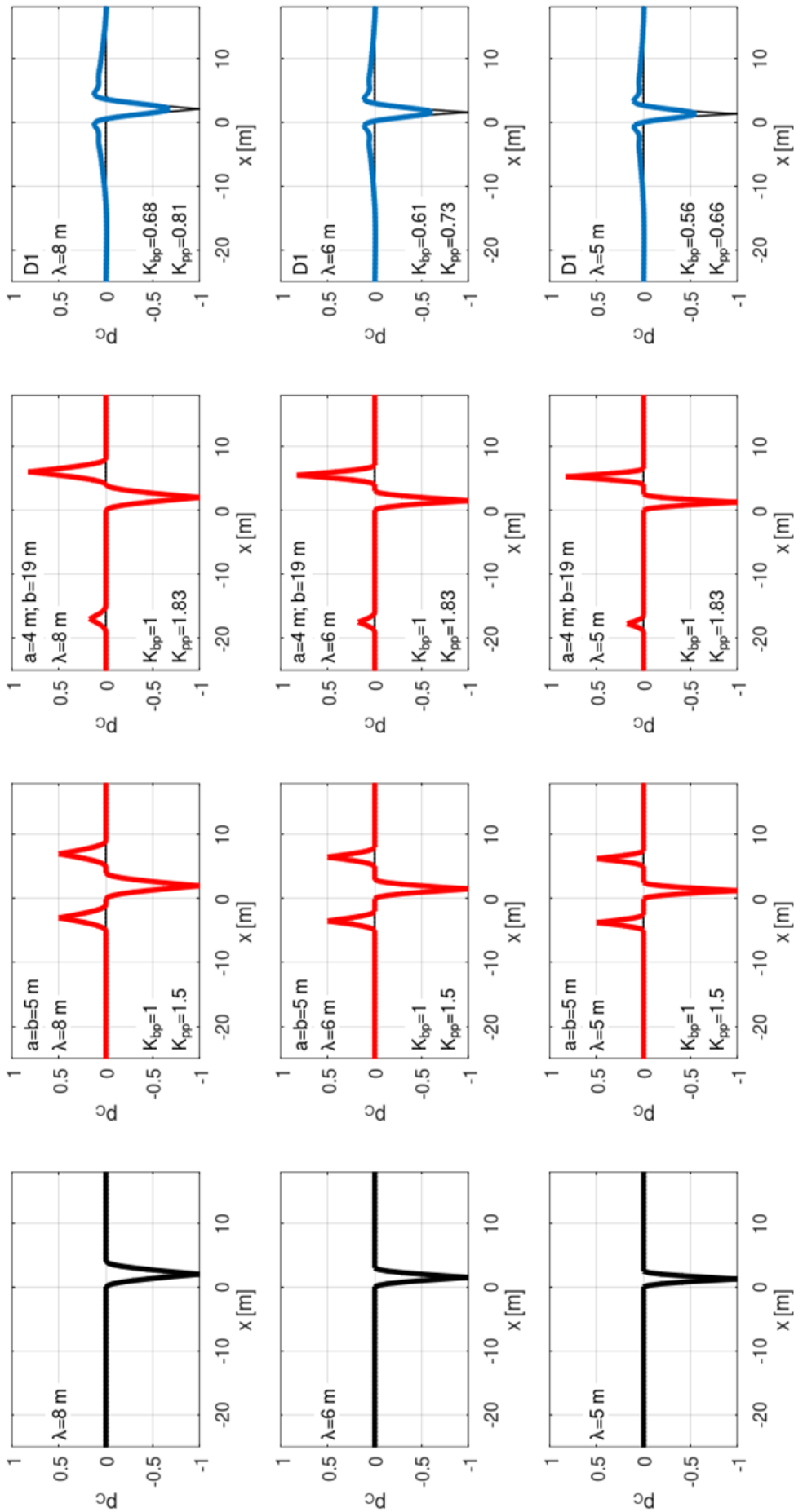
M1.8. ábra



M1.9. ábra

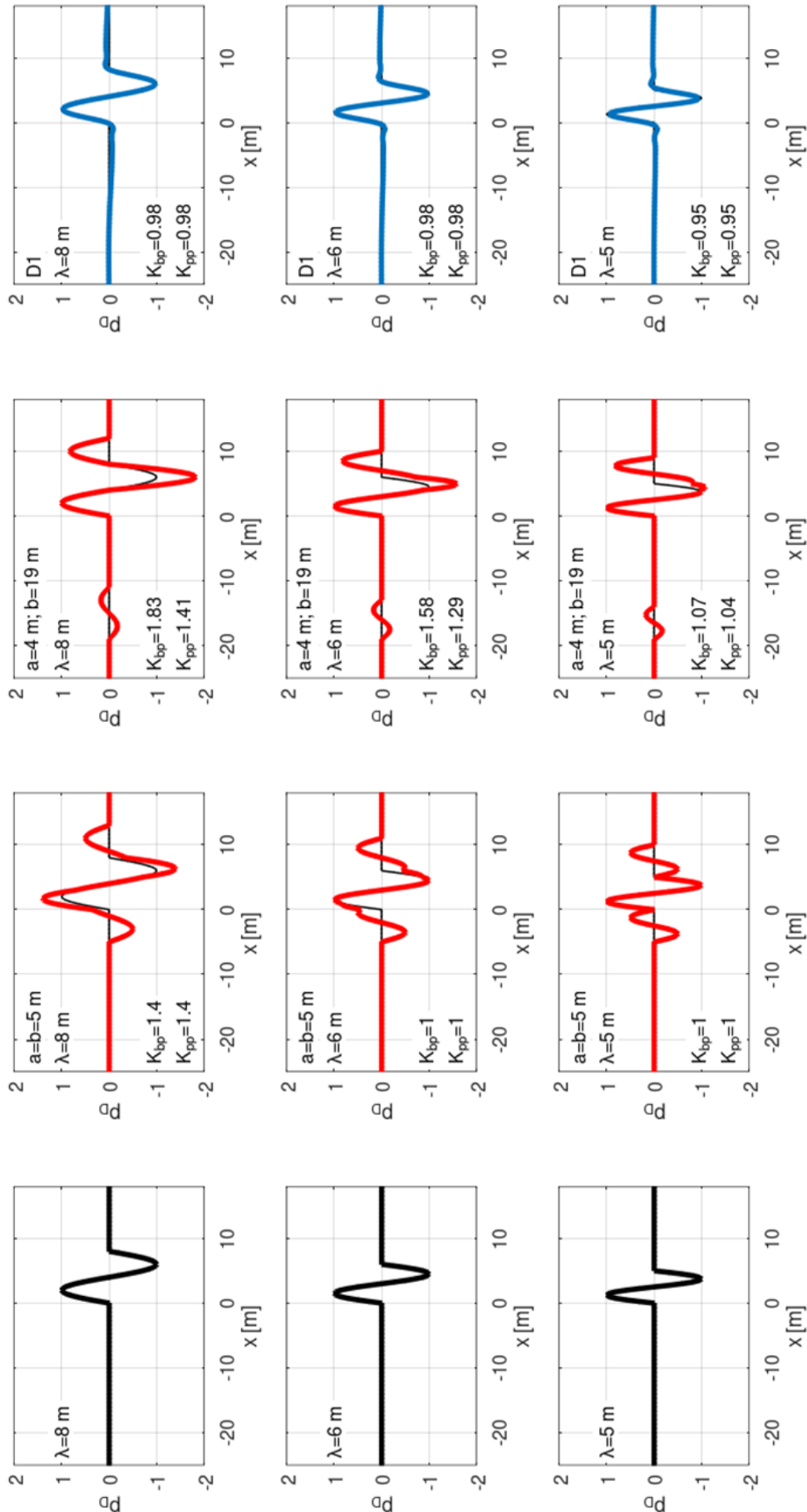


M1.10. ábra

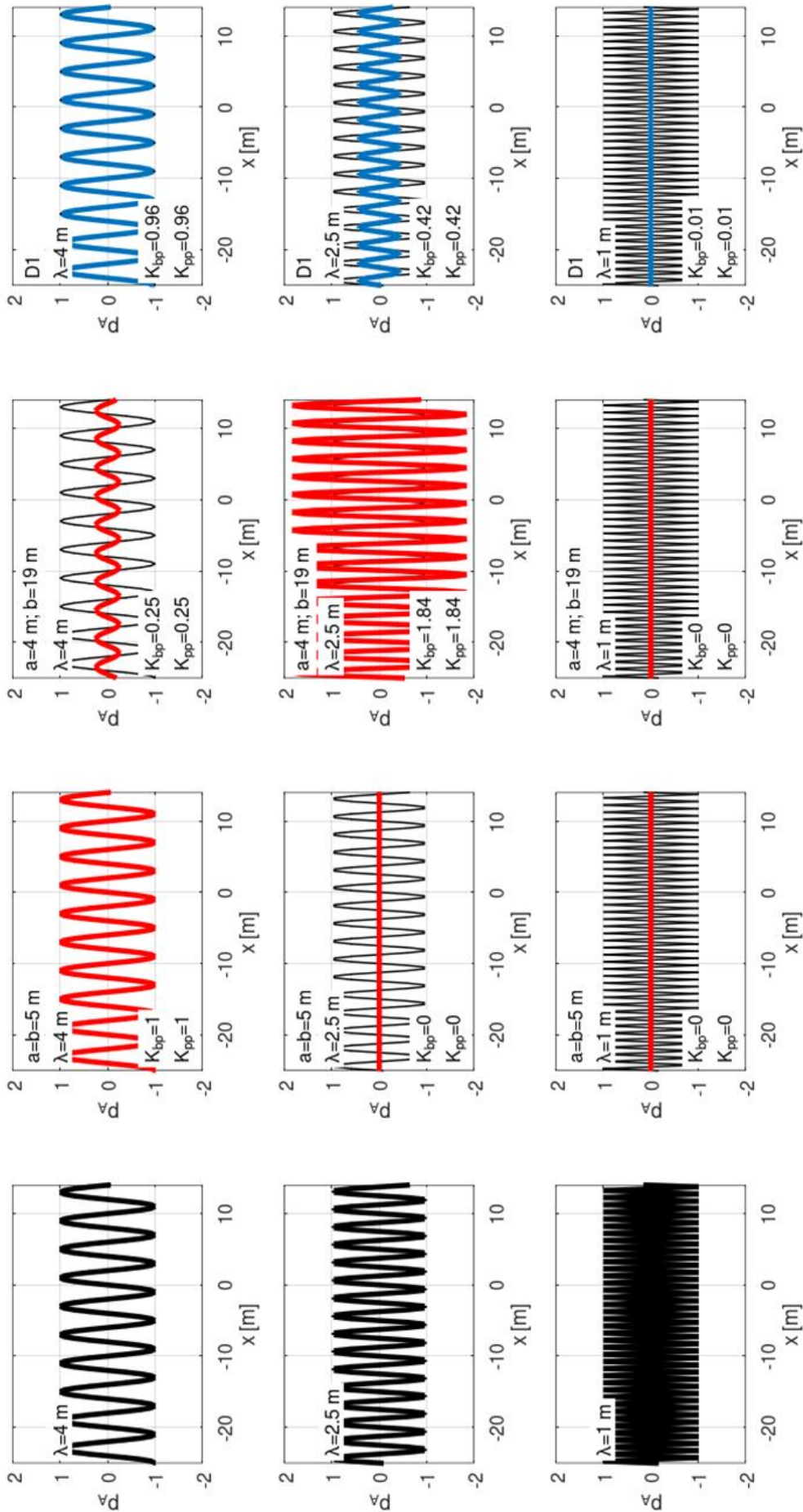


M1.11. ábra

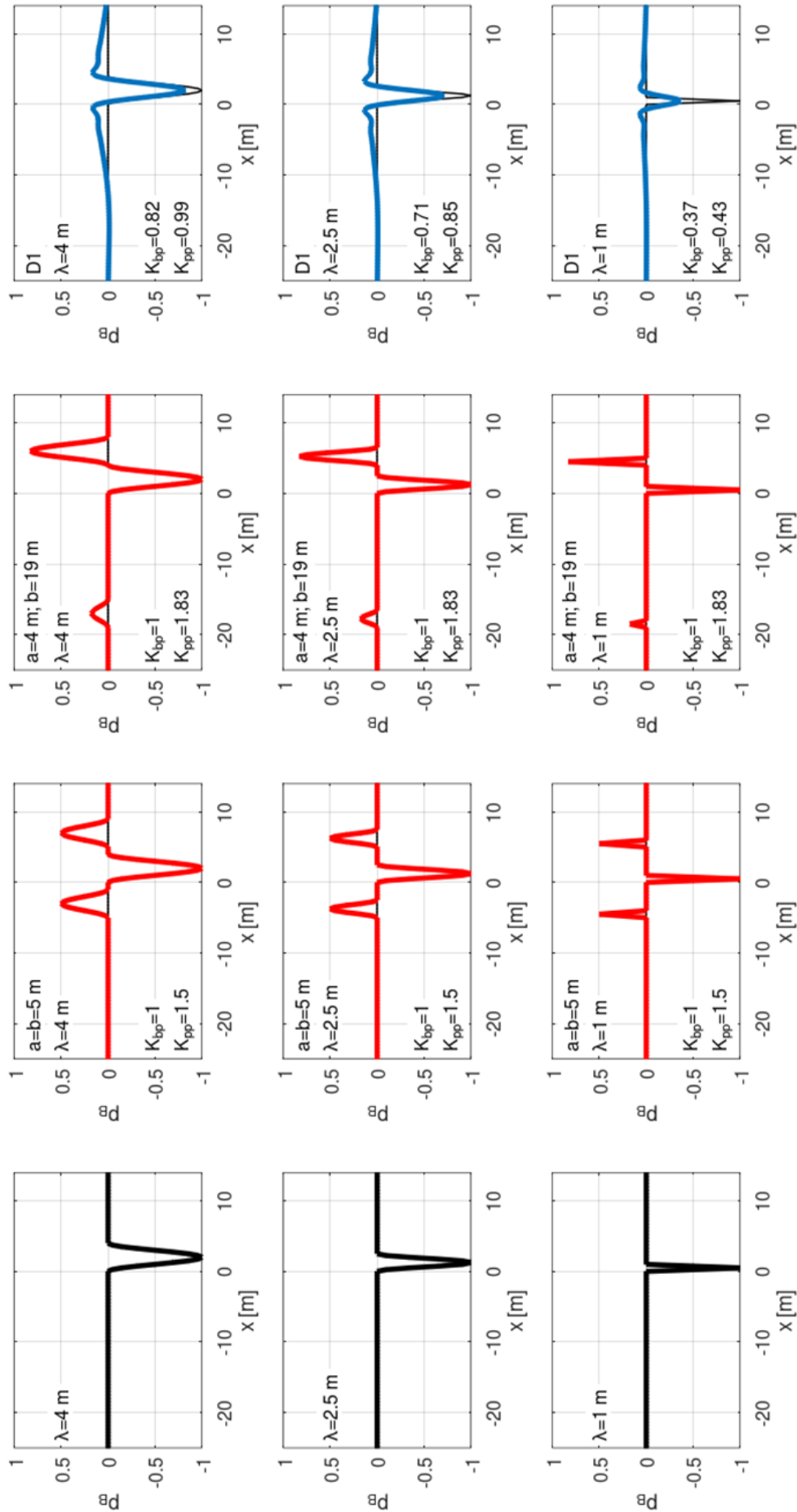




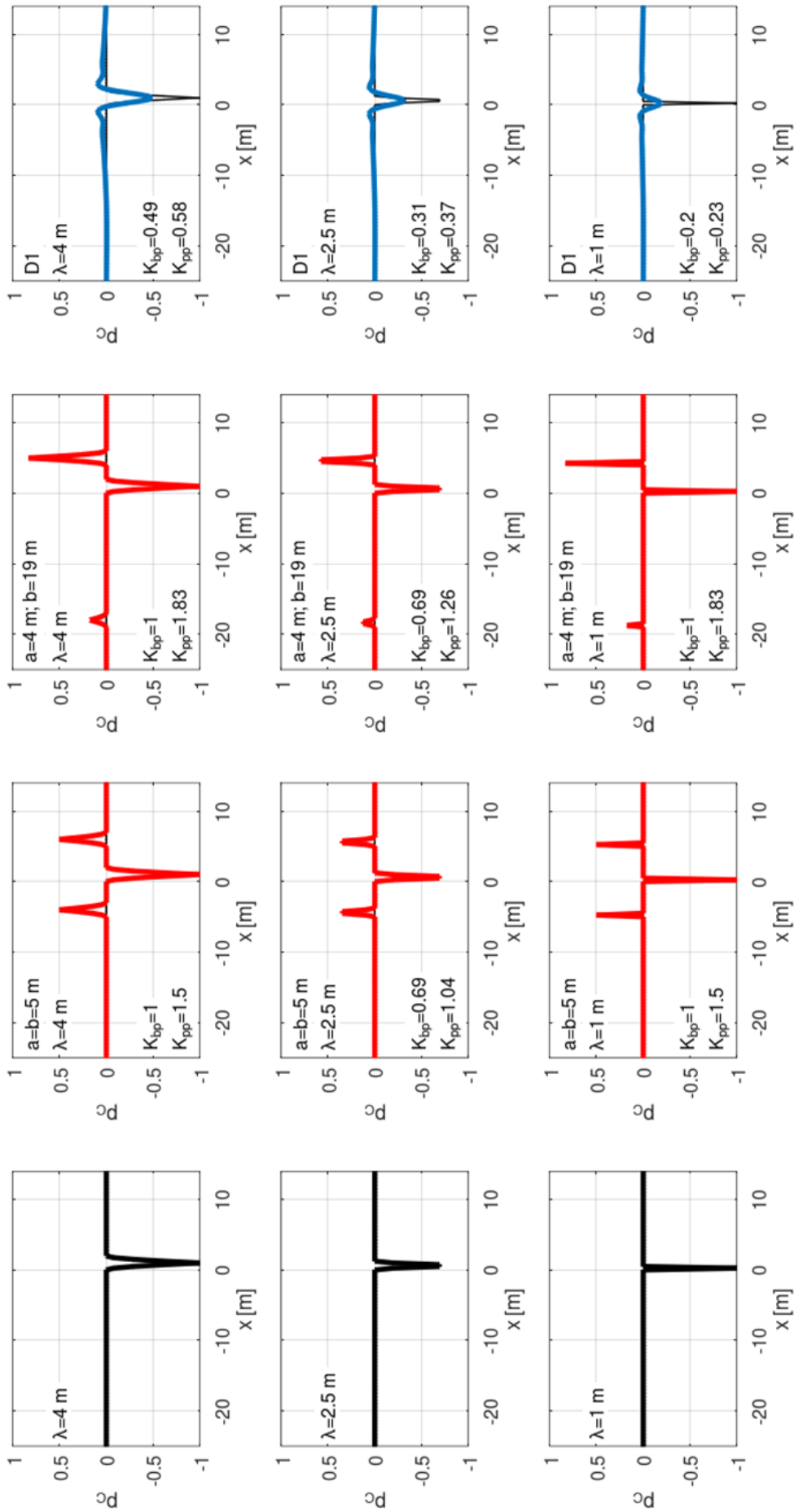
M1.12. ábra



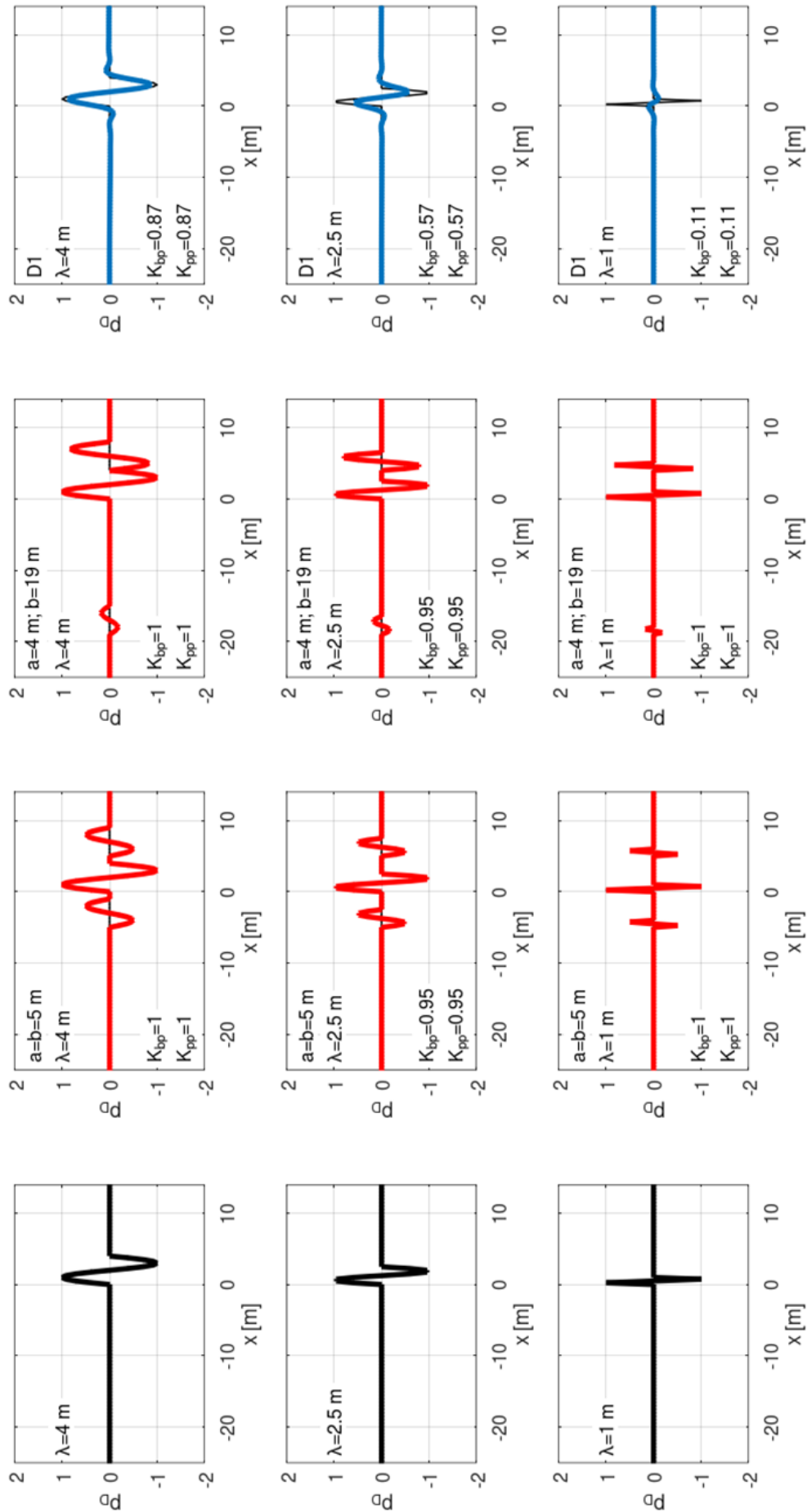
M1.13. ábra



M1.14. ábra



M1.15. ábra



M1.16. ábra

## M2 MELLÉKLET: TÁBLÁZATOS PÉLDÁK HÚRMÉRÉS (IRÁNY VAGY HOSSZFEKSZINT) ÉS A SZABVÁNYOS SZŰRÉS (D1) EREDMÉNYEIRE

*M2.1. táblázat* B jelű referencia-hibaalak hárompontos aszimmetrikus húrmérésre vonatkozó  $K_{B, bp}^{chord}$  amplitúdótorzítási tényezői  $\lambda$  hibahossz-paraméter, L húrhossz, ill. a részhúrhossz esetén  $\lambda/L$  és  $a/L$  függvényében "alapvonaltól csúcsig" értékeléssel

bp	a/L																			
$\lambda/L$	0	0.031	0.063	0.094	0.126	0.157	0.188	0.220	0.251	0.283	0.314	0.346	0.377	0.408	0.440	0.471	0.503	0.534	0.565	0.597
0.063	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.071	0	0.970	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.079	0	0.899	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.089	0	0.839	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	0	0.827	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.112	0	0.774	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.126	0	0.699	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.141	0	0.636	0.972	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.158	0	0.590	0.937	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.178	0	0.530	0.899	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.200	0	0.480	0.829	0.993	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.224	0	0.435	0.779	0.965	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.251	0	0.390	0.711	0.926	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.282	0	0.353	0.656	0.872	0.979	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.316	0	0.318	0.594	0.812	0.951	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.355	0	0.286	0.543	0.754	0.903	0.983	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.398	0	0.258	0.493	0.692	0.844	0.947	0.994	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.447	0	0.232	0.445	0.633	0.787	0.902	0.973	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.501	0	0.208	0.404	0.579	0.728	0.847	0.933	0.984	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.562	0	0.188	0.366	0.528	0.670	0.789	0.883	0.949	0.988	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.631	0	0.170	0.331	0.480	0.614	0.730	0.827	0.902	0.957	0.989	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.708	0	0.153	0.300	0.436	0.561	0.673	0.769	0.849	0.913	0.959	0.987	0.999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.794	0	0.139	0.271	0.397	0.513	0.618	0.712	0.794	0.862	0.916	0.956	0.983	0.996	1	1	1	1	1	1	1
0.891	0	0.126	0.246	0.361	0.468	0.567	0.658	0.738	0.807	0.866	0.914	0.950	0.977	0.994	1	1	1	1	0.999	0.992
1	0	0.114	0.224	0.329	0.428	0.520	0.606	0.683	0.753	0.813	0.865	0.908	0.943	0.969	0.987	0.996	1	0.996	0.984	0.966
1.122	0	0.104	0.204	0.300	0.391	0.477	0.558	0.632	0.699	0.760	0.814	0.861	0.901	0.932	0.954	0.967	0.971	0.966	0.951	0.927
1.259	0	0.094	0.186	0.274	0.358	0.438	0.513	0.583	0.648	0.705	0.756	0.800	0.836	0.864	0.884	0.896	0.899	0.894	0.881	0.860
1.413	0	0.086	0.169	0.250	0.326	0.398	0.465	0.527	0.584	0.635	0.679	0.717	0.749	0.773	0.791	0.801	0.804	0.800	0.788	0.770
1.585	0	0.077	0.151	0.221	0.288	0.351	0.410	0.463	0.512	0.556	0.594	0.626	0.653	0.674	0.689	0.697	0.700	0.696	0.687	0.671
1.778	0	0.067	0.131	0.192	0.249	0.303	0.353	0.398	0.439	0.476	0.508	0.535	0.558	0.575	0.588	0.595	0.597	0.594	0.586	0.573
1.995	0	0.057	0.112	0.163	0.212	0.257	0.299	0.337	0.371	0.402	0.428	0.451	0.469	0.484	0.494	0.500	0.502	0.499	0.493	0.482
2.239	0	0.048	0.094	0.137	0.177	0.215	0.249	0.281	0.309	0.334	0.356	0.375	0.390	0.402	0.410	0.415	0.417	0.415	0.409	0.400
2.512	0	0.040	0.078	0.114	0.147	0.178	0.206	0.232	0.255	0.276	0.293	0.309	0.321	0.331	0.337	0.341	0.343	0.341	0.336	0.329
2.818	0	0.033	0.064	0.093	0.121	0.146	0.169	0.190	0.209	0.225	0.240	0.252	0.262	0.270	0.275	0.279	0.280	0.278	0.275	0.269
3.162	0	0.027	0.052	0.076	0.098	0.119	0.137	0.154	0.170	0.183	0.195	0.205	0.213	0.219	0.224	0.226	0.227	0.226	0.223	0.218
3.548	0	0.022	0.042	0.062	0.080	0.096	0.111	0.125	0.137	0.148	0.158	0.166	0.172	0.177	0.181	0.183	0.184	0.183	0.180	0.176
3.981	0	0.018	0.034	0.050	0.064	0.078	0.090	0.101	0.111	0.119	0.127	0.133	0.139	0.143	0.146	0.148	0.148	0.147	0.145	0.142
4.467	0	0.014	0.028	0.040	0.052	0.062	0.072	0.081	0.089	0.096	0.102	0.107	0.111	0.115	0.117	0.118	0.119	0.118	0.117	0.114
5.012	0	0.011	0.022	0.032	0.042	0.050	0.058	0.065	0.071	0.077	0.082	0.086	0.089	0.092	0.094	0.095	0.095	0.095	0.093	0.091
5.623	0	0.009	0.018	0.026	0.033	0.040	0.046	0.052	0.057	0.062	0.065	0.069	0.071	0.073	0.075	0.076	0.076	0.076	0.075	0.073
6.310	0	0.007	0.014	0.021	0.027	0.032	0.037	0.042	0.046	0.049	0.052	0.055	0.057	0.059	0.060	0.060	0.061	0.060	0.060	0.058
7.079	0	0.006	0.011	0.016	0.021	0.026	0.030	0.033	0.036	0.039	0.042	0.044	0.045	0.047	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048	0.047
7.943	0	0.005	0.009	0.013	0.017	0.020	0.024	0.026	0.029	0.031	0.033	0.035	0.036	0.037	0.038	0.038	0.039	0.038	0.038	0.037
8.913	0	0.004	0.007	0.010	0.013	0.016	0.019	0.021	0.023	0.025	0.026	0.028	0.029	0.030	0.030	0.031	0.031	0.031	0.030	0.030
10	0	0.003	0.006	0.008	0.011	0.013	0.015	0.017	0.018	0.020	0.021	0.022	0.023	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024

**M2.2. táblázat** B jelű referencia-hibaalak hárompontos aszimmetrikus húrmérésre vonatkozó

$K_{B,pp}^{chord}$  amplitúdótorzítási tényező  $\lambda$  hibahossz-paraméter, L húrhossz, ill. a részhúrhossz esetén

$\lambda/L$  és  $a/L$  függvényében "csúcstól csúcsig" értékeléssel

pp	$\lambda/L$	0	0.031	0.063	0.094	0.126	0.157	0.188	0.220	0.251	0.283	0.314	0.346	0.377	0.408	0.440	0.471	0.503	0.534	0.565	0.597
0.063	0	1.948	1.868	1.891	1.874	1.819	1.760	1.771	1.747	1.692	1.649	1.650	1.621	1.566	1.535	1.527	1.494	1.513	1.564	1.591	1.597
0.071	0	1.919	1.886	1.897	1.873	1.817	1.781	1.777	1.744	1.684	1.669	1.654	1.614	1.554	1.529	1.529	1.496	1.500	1.558	1.597	1.597
0.079	0	1.813	1.900	1.901	1.872	1.815	1.795	1.780	1.739	1.684	1.680	1.653	1.606	1.576	1.562	1.524	1.502	1.522	1.548	1.595	1.595
0.089	0	1.680	1.911	1.904	1.870	1.813	1.804	1.780	1.734	1.702	1.685	1.649	1.599	1.588	1.559	1.515	1.501	1.532	1.548	1.590	1.590
0.1	0	1.578	1.919	1.905	1.868	1.819	1.809	1.778	1.728	1.712	1.685	1.642	1.615	1.592	1.553	1.518	1.497	1.534	1.561	1.581	1.581
0.112	0	1.506	1.925	1.906	1.866	1.829	1.811	1.774	1.735	1.717	1.682	1.640	1.622	1.589	1.546	1.527	1.496	1.529	1.565	1.589	1.589
0.126	0	1.379	1.919	1.905	1.865	1.836	1.811	1.770	1.744	1.717	1.676	1.651	1.623	1.583	1.557	1.528	1.502	1.533	1.563	1.596	1.596
0.141	0	1.244	1.876	1.905	1.863	1.840	1.810	1.765	1.748	1.715	1.678	1.654	1.619	1.587	1.560	1.523	1.501	1.533	1.557	1.596	1.596
0.158	0	1.141	1.823	1.905	1.863	1.842	1.808	1.775	1.749	1.710	1.684	1.653	1.616	1.591	1.557	1.526	1.497	1.533	1.564	1.592	1.592
0.178	0	1.033	1.728	1.904	1.868	1.843	1.805	1.779	1.747	1.713	1.686	1.649	1.622	1.590	1.557	1.529	1.502	1.528	1.565	1.594	1.594
0.200	0	0.925	1.602	1.895	1.872	1.842	1.806	1.780	1.744	1.717	1.684	1.653	1.622	1.588	1.560	1.525	1.501	1.534	1.561	1.597	1.597
0.224	0	0.840	1.494	1.834	1.874	1.841	1.810	1.779	1.746	1.717	1.682	1.654	1.619	1.592	1.557	1.528	1.502	1.533	1.565	1.594	1.594
0.251	0	0.749	1.361	1.759	1.874	1.839	1.811	1.777	1.749	1.715	1.686	1.652	1.623	1.590	1.560	1.527	1.502	1.533	1.565	1.596	1.596
0.282	0	0.676	1.249	1.647	1.833	1.840	1.811	1.778	1.748	1.716	1.685	1.654	1.622	1.591	1.559	1.528	1.502	1.533	1.565	1.596	1.596
0.316	0	0.603	1.128	1.533	1.777	1.841	1.810	1.780	1.746	1.717	1.684	1.654	1.622	1.591	1.560	1.528	1.502	1.534	1.565	1.596	1.596
0.355	0	0.540	1.022	1.410	1.680	1.811	1.810	1.780	1.748	1.716	1.686	1.653	1.623	1.591	1.559	1.529	1.503	1.533	1.565	1.597	1.597
0.398	0	0.484	0.923	1.290	1.564	1.735	1.799	1.778	1.749	1.717	1.685	1.654	1.622	1.591	1.560	1.528	1.502	1.534	1.565	1.596	1.596
0.447	0	0.432	0.829	1.173	1.450	1.647	1.756	1.778	1.747	1.717	1.686	1.653	1.623	1.592	1.560	1.528	1.502	1.534	1.565	1.596	1.596
0.501	0	0.385	0.745	1.064	1.331	1.538	1.677	1.748	1.749	1.717	1.685	1.654	1.623	1.591	1.560	1.529	1.502	1.533	1.565	1.597	1.597
0.562	0	0.345	0.668	0.961	1.214	1.421	1.577	1.678	1.725	1.717	1.686	1.654	1.622	1.591	1.560	1.529	1.503	1.534	1.565	1.597	1.597
0.631	0	0.308	0.599	0.865	1.102	1.303	1.465	1.585	1.661	1.694	1.685	1.654	1.623	1.592	1.560	1.529	1.503	1.534	1.565	1.596	1.596
0.708	0	0.275	0.536	0.778	0.997	1.189	1.350	1.479	1.573	1.633	1.659	1.652	1.623	1.592	1.560	1.529	1.503	1.534	1.565	1.597	1.597
0.794	0	0.246	0.480	0.699	0.900	1.080	1.236	1.367	1.471	1.548	1.598	1.621	1.617	1.591	1.560	1.529	1.503	1.534	1.565	1.597	1.597
0.891	0	0.220	0.430	0.628	0.811	0.978	1.127	1.255	1.363	1.449	1.513	1.556	1.578	1.579	1.559	1.529	1.503	1.534	1.563	1.580	1.580
1	0	0.196	0.384	0.563	0.730	0.884	1.023	1.147	1.254	1.344	1.416	1.471	1.510	1.531	1.534	1.522	1.503	1.525	1.534	1.528	1.528
1.122	0	0.176	0.344	0.505	0.656	0.797	0.926	1.043	1.147	1.238	1.314	1.376	1.424	1.457	1.473	1.474	1.463	1.474	1.471	1.452	1.452
1.259	0	0.157	0.309	0.453	0.590	0.719	0.838	0.947	1.045	1.131	1.205	1.265	1.312	1.345	1.365	1.371	1.365	1.371	1.363	1.341	1.341
1.413	0	0.141	0.276	0.406	0.528	0.643	0.749	0.847	0.934	1.011	1.077	1.133	1.177	1.209	1.229	1.238	1.236	1.237	1.226	1.204	1.204
1.585	0	0.124	0.244	0.357	0.464	0.565	0.657	0.742	0.818	0.886	0.945	0.994	1.033	1.063	1.082	1.092	1.093	1.091	1.080	1.058	1.058
1.778	0	0.108	0.211	0.310	0.402	0.488	0.568	0.640	0.706	0.764	0.815	0.857	0.892	0.919	0.937	0.947	0.948	0.946	0.934	0.915	0.915
1.995	0	0.093	0.181	0.265	0.343	0.416	0.484	0.546	0.602	0.651	0.694	0.731	0.761	0.784	0.800	0.809	0.812	0.808	0.798	0.780	0.780
2.239	0	0.079	0.153	0.224	0.290	0.352	0.409	0.462	0.509	0.551	0.587	0.618	0.643	0.663	0.676	0.685	0.687	0.684	0.675	0.660	0.660
2.512	0	0.068	0.132	0.192	0.248	0.301	0.348	0.392	0.431	0.466	0.496	0.521	0.542	0.557	0.568	0.574	0.576	0.574	0.567	0.555	0.555
2.818	0	0.058	0.112	0.163	0.210	0.253	0.293	0.329	0.362	0.390	0.415	0.435	0.452	0.465	0.474	0.478	0.480	0.478	0.472	0.463	0.463
3.162	0	0.048	0.094	0.136	0.175	0.211	0.244	0.274	0.301	0.324	0.344	0.361	0.375	0.385	0.392	0.396	0.397	0.395	0.391	0.384	0.384
3.548	0	0.040	0.078	0.113	0.145	0.175	0.202	0.226	0.248	0.267	0.284	0.297	0.308	0.317	0.323	0.326	0.326	0.325	0.322	0.316	0.316
3.981	0	0.033	0.064	0.093	0.119	0.143	0.166	0.186	0.203	0.219	0.232	0.244	0.253	0.260	0.264	0.267	0.267	0.266	0.263	0.258	0.258
4.467	0	0.027	0.052	0.075	0.097	0.117	0.135	0.151	0.166	0.179	0.189	0.198	0.206	0.211	0.215	0.217	0.218	0.217	0.215	0.211	0.211
5.012	0	0.022	0.042	0.061	0.079	0.095	0.110	0.123	0.135	0.145	0.154	0.161	0.167	0.172	0.175	0.176	0.177	0.176	0.174	0.171	0.171
5.623	0	0.018	0.034	0.050	0.064	0.077	0.089	0.099	0.109	0.117	0.124	0.130	0.135	0.139	0.141	0.143	0.143	0.143	0.141	0.138	0.138
6.310	0	0.014	0.028	0.040	0.051	0.062	0.071	0.080	0.088	0.094	0.100	0.105	0.109	0.112	0.114	0.114	0.115	0.115	0.114	0.112	0.112
7.079	0	0.011	0.022	0.032	0.041	0.050	0.057	0.064	0.071	0.076	0.081	0.084	0.088	0.090	0.092	0.093	0.093	0.093	0.092	0.090	0.090
7.943	0	0.009	0.018	0.026	0.033	0.040	0.046	0.052	0.057	0.061	0.065	0.068	0.070	0.072	0.074	0.074	0.074	0.074	0.073	0.072	0.072
8.913	0	0.007	0.014	0.021	0.026	0.032	0.037	0.041	0.045	0.049	0.052	0.054	0.056	0.058	0.059	0.060	0.060	0.060	0.059	0.058	0.058
10	0	0.006	0.011	0.016	0.021	0.026	0.029	0.033	0.036	0.039	0.041	0.043	0.045	0.046	0.047	0.048	0.048	0.048	0.047	0.046	0.046

**M2.3. táblázat.** B jelű referencia-hibaalak D1 hullámhossz-tartományra vonatkozó szabványos sáváteresztő szűrésének  $K_{B, bp}^{D1}$ ,  $K_{B, pp}^{D1}$  amplitúdótorzítási tényezői  $\lambda$  hibahossz-paraméter, függvényében "alpvonaltól csúcsig" (bp) és "csúcstól csúcsig" (pp) értékeléssel

$\lambda$ [m]	D1		$\lambda$ [m]	D1	
	bp	pp		bp	pp
1	0.352	0.436	20	0.393	0.655
1.25	0.437	0.527	21	0.370	0.624
1.5	0.515	0.611	22	0.348	0.593
1.75	0.582	0.685	23	0.327	0.563
2	0.640	0.749	24	0.307	0.533
2.25	0.684	0.803	25	0.288	0.504
2.5	0.719	0.848	26	0.270	0.475
2.75	0.746	0.884	27	0.253	0.448
3	0.768	0.917	28	0.236	0.422
3.25	0.786	0.942	29	0.221	0.396
3.5	0.801	0.961	30	0.206	0.372
3.75	0.812	0.975	31	0.192	0.349
4	0.821	0.987	32	0.179	0.327
4.25	0.825	0.993	33	0.167	0.306
4.5	0.827	0.998	34	0.155	0.287
4.75	0.826	1.000	35	0.144	0.268
5	0.822	1.000	36	0.134	0.251
5.25	0.817	1.000	37	0.125	0.235
5.5	0.811	0.998	38	0.116	0.220
5.75	0.805	0.996	39	0.107	0.206
6	0.797	0.993	40	0.100	0.192
6.25	0.789	0.990	41	0.093	0.180
6.5	0.781	0.987	42	0.086	0.169
6.75	0.773	0.982	43	0.080	0.158
7	0.765	0.979	44	0.074	0.148
7.25	0.756	0.974	45	0.069	0.139
7.5	0.748	0.971	46	0.064	0.131
7.75	0.739	0.967	47	0.059	0.123
8	0.731	0.962	48	0.055	0.116
8.25	0.723	0.958	49	0.052	0.109
8.5	0.714	0.953	50	0.048	0.103
8.75	0.706	0.949			
9	0.698	0.944			
9.25	0.690	0.940			
9.5	0.682	0.935			
9.75	0.674	0.930			
10	0.667	0.926			
11	0.636	0.905			
12	0.606	0.883			
13	0.576	0.859			
14	0.548	0.832			
15	0.520	0.805			
16	0.492	0.776			
17	0.466	0.747			
18	0.441	0.717			
19	0.416	0.686			



**M3 MELLÉKLET: ELMÉLETI ELEMELKEDÉSI SEBESSÉGEK TÁBLÁZATAI****M3.1. táblázat.** Elméleti elemelkedési sebesség [km/h] az eredeti A, B, C referencia-hibaalakokon történő áthaladáskor ( $v_{x,ift,B}$ )

$\alpha$ [m]	$\lambda$ [m]																
	1	1.25	1.5	1.75	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20	30	40	50
0.001	57	71	85	99	113	170	227	284	340	454	567	681	851	1135	1702	2270	2837
0.002	40	50	60	70	80	120	161	201	241	321	401	482	602	803	1204	1605	2006
0.003	33	41	49	57	66	98	131	164	197	262	328	393	491	655	983	1311	1638
0.004	28	35	43	50	57	85	113	142	170	227	284	340	426	567	851	1135	1419
0.005	25	32	38	44	51	76	102	127	152	203	254	305	381	508	761	1015	1269
0.006	23	29	35	41	46	70	93	116	139	185	232	278	348	463	695	927	1158
0.007	21	27	32	38	43	64	86	107	129	172	214	257	322	429	643	858	1072
0.008	20	25	30	35	40	60	80	100	120	161	201	241	301	401	602	803	1003
0.009	19	24	28	33	38	57	76	95	113	151	189	227	284	378	567	757	946
0.01	18	22	27	31	36	54	72	90	108	144	179	215	269	359	538	718	897
0.011	17	21	26	30	34	51	68	86	103	137	171	205	257	342	513	684	856
0.012	16	20	25	29	33	49	66	82	98	131	164	197	246	328	491	655	819
0.013	16	20	24	28	31	47	63	79	94	126	157	189	236	315	472	630	787
0.014	15	19	23	27	30	46	61	76	91	121	152	182	228	303	455	607	758
0.015	15	18	22	26	29	44	59	73	88	117	147	176	220	293	440	586	733
0.016	14	18	21	25	28	43	57	71	85	113	142	170	213	284	426	567	709
0.017	14	17	21	24	28	41	55	69	83	110	138	165	206	275	413	551	688
0.018	13	17	20	23	27	40	54	67	80	107	134	161	201	268	401	535	669
0.019	13	16	20	23	26	39	52	65	78	104	130	156	195	260	391	521	651
0.02	13	16	19	22	25	38	51	63	76	102	127	152	190	254	381	508	634
0.021	12	15	19	22	25	37	50	62	74	99	124	149	186	248	372	495	619
0.022	12	15	18	21	24	36	48	60	73	97	121	145	181	242	363	484	605
0.023	12	15	18	21	24	35	47	59	71	95	118	142	177	237	355	473	592
0.024	12	14	17	20	23	35	46	58	70	93	116	139	174	232	348	463	579
0.025	11	14	17	20	23	34	45	57	68	91	113	136	170	227	340	454	567
0.026	11	14	17	19	22	33	45	56	67	89	111	134	167	223	334	445	556
0.027	11	14	16	19	22	33	44	55	66	87	109	131	164	218	328	437	546
0.028	11	13	16	19	21	32	43	54	64	86	107	129	161	214	322	429	536
0.029	11	13	16	18	21	32	42	53	63	84	105	126	158	211	316	422	527
0.03	10	13	16	18	21	31	41	52	62	83	104	124	155	207	311	414	518
0.031	10	13	15	18	20	31	41	51	61	82	102	122	153	204	306	408	510
0.032	10	13	15	18	20	30	40	50	60	80	100	120	150	201	301	401	502
0.033	10	12	15	17	20	30	40	49	59	79	99	119	148	198	296	395	494
0.034	10	12	15	17	19	29	39	49	58	78	97	117	146	195	292	389	487
0.035	10	12	14	17	19	29	38	48	58	77	96	115	144	192	288	384	480
0.036	9	12	14	17	19	28	38	47	57	76	95	113	142	189	284	378	473
0.037	9	12	14	16	19	28	37	47	56	75	93	112	140	187	280	373	466
0.038	9	12	14	16	18	28	37	46	55	74	92	110	138	184	276	368	460
0.039	9	11	14	16	18	27	36	45	55	73	91	109	136	182	273	363	454
0.04	9	11	13	16	18	27	36	45	54	72	90	108	135	179	269	359	449
0.041	9	11	13	16	18	27	35	44	53	71	89	106	133	177	266	355	443
0.042	9	11	13	15	18	26	35	44	53	70	88	105	131	175	263	350	438
0.043	9	11	13	15	17	26	35	43	52	69	87	104	130	173	260	346	433
0.044	9	11	13	15	17	26	34	43	51	68	86	103	128	171	257	342	428
0.045	8	11	13	15	17	25	34	42	51	68	85	102	127	169	254	338	423
0.046	8	10	13	15	17	25	33	42	50	67	84	100	126	167	251	335	418
0.047	8	10	12	14	17	25	33	41	50	66	83	99	124	166	248	331	414
0.048	8	10	12	14	16	25	33	41	49	66	82	98	123	164	246	328	410
0.049	8	10	12	14	16	24	32	41	49	65	81	97	122	162	243	324	405
0.05	8	10	12	14	16	24	32	40	48	64	80	96	120	161	241	321	401
0.051	8	10	12	14	16	24	32	40	48	64	79	95	119	159	238	318	397

**M3.2. táblázat.** Elméleti emelkedési sebesség [km/h] a D1 hullámhossz-tartományra szűrt B referencia-hibaalakon történő áthaladáskor ( $v_{x,lift,B}^{D1}$ )

D1	$\lambda$ [m]																
$\alpha$ [m]	1	1.25	1.5	1.75	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20	30	40	50
0.001	389	354	328	312	300	291	314	358	405	506	606	709	864	1157	1930	2900	3840
0.002	275	250	232	220	212	206	222	253	287	358	428	501	611	818	1365	2051	2715
0.003	225	204	190	180	173	168	181	207	234	292	350	409	499	668	1114	1674	2217
0.004	195	177	164	156	150	145	157	179	203	253	303	354	432	578	965	1450	1920
0.005	174	158	147	139	134	130	140	160	181	226	271	317	386	517	863	1297	1717
0.006	159	144	134	127	123	119	128	146	165	206	247	289	353	472	788	1184	1568
0.007	147	134	124	118	114	110	119	135	153	191	229	268	327	437	730	1096	1451
0.008	138	125	116	110	106	103	111	127	143	179	214	250	305	409	682	1025	1358
0.009	130	118	109	104	100	97	105	119	135	169	202	236	288	386	643	967	1280
0.01	123	112	104	99	95	92	99	113	128	160	192	224	273	366	610	917	1214
0.011	117	107	99	94	91	88	95	108	122	152	183	214	260	349	582	874	1158
0.012	112	102	95	90	87	84	91	103	117	146	175	205	249	334	557	837	1108
0.013	108	98	91	86	83	81	87	99	112	140	168	197	240	321	535	804	1065
0.014	104	95	88	83	80	78	84	96	108	135	162	189	231	309	516	775	1026
0.015	101	91	85	80	78	75	81	92	105	131	156	183	223	299	498	749	991
0.016	97	88	82	78	75	73	79	89	101	126	151	177	216	289	483	725	960
0.017	94	86	80	76	73	71	76	87	98	123	147	172	210	281	468	703	931
0.018	92	83	77	73	71	69	74	84	96	119	143	167	204	273	455	684	905
0.019	89	81	75	71	69	67	72	82	93	116	139	163	198	265	443	665	881
0.02	87	79	73	70	67	65	70	80	91	113	135	158	193	259	432	648	859
0.021	85	77	72	68	66	63	69	78	88	110	132	155	189	252	421	633	838
0.022	83	75	70	66	64	62	67	76	86	108	129	151	184	247	412	618	819
0.023	81	74	68	65	63	61	65	75	85	105	126	148	180	241	402	605	801
0.024	79	72	67	64	61	59	64	73	83	103	124	145	176	236	394	592	784
0.025	78	71	66	62	60	58	63	72	81	101	121	142	173	231	386	580	768
0.026	76	69	64	61	59	57	62	70	79	99	119	139	169	227	379	569	753
0.027	75	68	63	60	58	56	60	69	78	97	117	136	166	223	371	558	739
0.028	74	67	62	59	57	55	59	68	77	96	114	134	163	219	365	548	726
0.029	72	66	61	58	56	54	58	66	75	94	112	132	160	215	358	538	713
0.03	71	65	60	57	55	53	57	65	74	92	111	129	158	211	352	529	701
0.031	70	64	59	56	54	52	56	64	73	91	109	127	155	208	347	521	690
0.032	69	63	58	55	53	51	56	63	72	89	107	125	153	205	341	513	679
0.033	68	62	57	54	52	51	55	62	71	88	105	123	150	201	336	505	668
0.034	67	61	56	53	52	50	54	61	70	87	104	122	148	198	331	497	659
0.035	66	60	55	53	51	49	53	61	69	85	102	120	146	196	326	490	649
0.036	65	59	55	52	50	48	52	60	68	84	101	118	144	193	322	483	640
0.037	64	58	54	51	49	48	52	59	67	83	100	116	142	190	317	477	631
0.038	63	57	53	51	49	47	51	58	66	82	98	115	140	188	313	470	623
0.039	62	57	53	50	48	47	50	57	65	81	97	113	138	185	309	464	615
0.04	62	56	52	49	47	46	50	57	64	80	96	112	137	183	305	459	607
0.041	61	55	51	49	47	45	49	56	63	79	95	111	135	181	301	453	600
0.042	60	55	51	48	46	45	48	55	63	78	93	109	133	179	298	447	592
0.043	59	54	50	48	46	44	48	55	62	77	92	108	132	176	294	442	586
0.044	59	53	49	47	45	44	47	54	61	76	91	107	130	174	291	437	579
0.045	58	53	49	46	45	43	47	53	60	75	90	106	129	172	288	432	572
0.046	57	52	48	46	44	43	46	53	60	75	89	104	127	171	285	428	566
0.047	57	52	48	45	44	42	46	52	59	74	88	103	126	169	282	423	560
0.048	56	51	47	45	43	42	45	52	59	73	87	102	125	167	279	419	554
0.049	56	51	47	45	43	42	45	51	58	72	87	101	123	165	276	414	549
0.05	55	50	46	44	42	41	44	51	57	72	86	100	122	164	273	410	543
0.051	55	50	46	44	42	41	44	50	57	71	85	99	121	162	270	406	538

## M4 MELLÉKLET: TÁBLÁZATOS PÉLDA A PÁLYAFÜGGVÉNY ÉS A HÚRMAGASSÁGFÜGGVÉNY KAPCSOLATÁRA

M4.1. táblázat: Példaszámítás (13) egyenlet alapján

$n$	$p_n$	$e_n = -\frac{p_{n-1}}{2} + p_n - \frac{p_{n+1}}{2}$	$\Sigma e_n$	$\Sigma e_n + C_1$	$\Sigma(\Sigma e_n + C_1)$	$\Sigma(\Sigma e_n + C_1) + C_2$	$p_n = -2[\Sigma(\Sigma e_n + C_1) + C_2]$
1	8						
2	6	3	3	4	4		
3	-2	-9,5	-6,5	-5,5	-1,5	1	-2
4	9	11,5	5	6	4,5	-4,5	9
5	-3	-10,5	-5,5	-4,5	0	1,5	-3
6	6	6	0,5	1,5	1,5	-3	6
7	3	-2	-1,5	-0,5	1	-1,5	3
8	4	1,5	0	1	2	-2	4
9	2	1,5	1,5	2,5	4,5	-1	2
10	-3	-9,5	-8	-7	-2,5	1,5	-3
11	11	10,5	2,5	3,5	1	-5,5	11
12	4	-2,5	0	1	2	-2	4
13	2					-1	2

$C_2$
-3

$C_1$
1

## NYILATKOZAT

Alulírott Ágh Csaba kijelentem, hogy „A vasúti vágány fekszint- és irányméréseinek értékelése járműdinamikai szempontból” című doktori értekezést saját magam készítettem, és kizárólag a megadott forrásokat használtam fel. A forrás megadásával egyértelműen megjelöltem minden olyan részt, amelyet szó szerint – vagy azonos tartalommal, de átfogalmazva – más forrásból átvettem.

Győr, 2024. . . .

*(Ágh Csaba)*

---

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Köszönöm témavezetőmnek, Dr. Horvát Ferencnek összes segítségét és mindenkor támogató hozzáállását.

Hálás vagyok Pálfi Csabának a velem megosztott járműdinamikai szakismereteiért, értékes tanácsaiért, a gondolatébresztő beszélgetéseinkért; valamint Kemény Dániel Györgynek a számos észrevételéért.

Köszönettel tartozom Dr. Vinkó Ákosnak, hogy fontos szakirodalmi forrásokra hívta fel a figyelmemet.

Köszönet illeti Béli Jánost, hogy doktori tanulmányaim megkezdésére biztatott.

Köszönetemet fejezem ki a MÁV KFV Kft.-nek és a MÁV Zrt.-nek, hogy lehetővé tették az FMK-007 mérőkocsi mérési eredményeinek kutatási célú felhasználását.

Végül köszönöm feleségemnek és fiamnak az időt, melyet tőlük kaptam a kutatási munkámhoz.